



GÖTEBORGS UNIVERSITET
INSTITUTIONEN FÖR PEDAGOGIK OCH DIDAKTIK

Undervisa taluppfattning i matematik genom handboken *Förstå och använda tal*

En studie av ett utvecklingsprojekts start i en skola

Anna Westling

Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Speciallärarprogrammet, SLP 600
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Vt/2010
Handledare:	Lisa Asp-Onsjö
Examinator:	Yvonne Karlsson
Rapport nr:	VT10-2611-02 SpecLär

Abstract

Examensarbete:	15 hp
Program och/eller kurs:	Speciallärarprogrammet, SLP 600
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	Ht 2009
Handledare:	Lisa Asp-Onsjö
Examinator:	Yvonne Karlsson
Rapport nr:	VT10-2611-02 Speclär
Nyckelord:	grundskolan, matematik, specialpedagogik, taluppfattning, Number sense

Studiens övergripande syfte är att undersöka hur ett antal lärare upplever sitt arbete att lära ut taluppfattning med hjälp av handboken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009). Samt en fördjupad studie i hur handbokens syften, generella ståndpunkter och förhållningssätt till elevers kunskapsutveckling stämmer mot våra nationella styrdokument. Fokus är preciserat med följande frågeställningar: Vad är lärarnas erfarenheter av att bygga sin undervisning enligt handbokens metoder vars syfte är att öka elevers taluppfattning? Svarar handboken *Förstå och använda tal* mot våra nationella styrdokument? Lärarnas uppfattning om risken att bli styrda av ett läromedels kunskapsmål, istället för att i främsta hand se till våra nationella kunskapsmål i matematik? Kan en sammanställning av elevernas två tester visa på en kunskapsutveckling?

Studiens teoretiska ramverk är fenomenologisk, eftersom fokus varit på lärarnas uppfattning och upplevelser. Vid analys av intervju svaren och texter, har jag använt mig av hermeneutisk tolkning.

För att kunna svara mot studiens olika frågeställningar har jag använt mig av olika kompletterande metoder. En av tillvägagångssätten har varit att följa och observera handledning för lärare som startat ett utvecklingsprojekt som inneburit att fokuserat arbeta med elevers taluppfattning. En fenomenologisk metodansats ligger till grund för insamlandet för empirin. För en överskådlig analys och jämförelse av elevers testresultat användes programmet Excell, så även jämförelserna av handboken och styrdokument. Avslutningsvis intervjuades lärarna. Samband mellan intervju och litteraturstudier tolkades utifrån ett hermeneutiskt perspektiv.

I analysen av intervjuerna blir det uppenbart att lärarnas kunskap och hantering av nationella styrdokument och läromedel varierar stort. Detta fenomen styrks även vid litteraturstudier. Lärarna i studien anser dock att handbokens metoder gör det möjligt att tidigt se och upptäcka de elever som kan få särskilda behov i matematik. De menar att handboken har bidragit till att de arbetar med större variation och har som mål att möjliggöra elevers utveckling och att utvecklingsprojektet gett dem fler didaktiska verktyg. Vid jämförelse av handboken och skolans styrdokument är överensstämmelsen hög. Elevernas resultat visade en påfallande utveckling från första testet till det andra. Sammanställning och utvärdering av elevernas resultat visade tydligt på områden där lärarna borde fokusera sin vidare undervisning och på områden där eleverna nått god progression.

Förord

Detta arbete avslutar mina studier inom det Speciallärarprogrammet vid Institutet för pedagogik och didaktik (IPD), Göteborgs universitet. Denna studie har givit mig nya insikter som förhoppningsvis kommer att bidra till ökade kvalitéer och kunskaper till mitt arbete som speciallärare i matematik.

Jag vill framföra ett särskilt tack till de lärare som trots stor arbetsbelastning tog er tid och lät mig få del av era värdefulla erfarenheter. Det är ett faktum att denna studie inte skulle vara möjlig att genomföra utan er. Ett stort tack vill jag rikta till dig Berit Bergius som delat med dig av din kunskap, råd och givit dina synpunkter på mitt arbete. Jag vill även passa på att tacka Therése och Annika för era synpunkter på textens innehåll och språk.

Det har varit en ynnest att få möjlighet att studera efter flera yrkesverksamma år. Detta har blivit verklighet genom stöd från mina närmaste. Jag vill avslutningsvis rikta min tacksamhet till min tåligmodiga familj som alltför ofta under denna studietid fått stå tillbaka för mitt tidskrävande arbete. Anders, du är min trygghet. Mina underbara barn, ni är min motivation.

Ytterby mars 2010

Anna Westling

Innehållsförteckning

1	Inledning och problembeskrivning	5
2	Syfte och frågeställningar	6
3	En kort beskrivning av boken Förstå och använd tal	7
3.1	En kort presentation av bokens delar	7
3.2	Bakgrund till handboken	8
3.3	Testen	9
4	Ämnet matematik – en kort litteraturgenomgång	9
4.1	Matematikundervisning behöver förändras för bättre måluppfyllelse	10
4.2	Undervisning utifrån elevers förförståelse	11
4.3	Godkända betyg trots otillräckliga ämneskunskaper?	12
4.4	Variation i matematikundervisningen främjar elevers lärande	13
4.5	Elevers språkliga erfarenhet påverkar dess matematik förståelse	14
4.6	Lärarkyrket – ett uppdrag i förändring	16
5	Specialpedagogiskt forskningsfält – en kort översikt	17
5.1	Utveckling av forskningsfältet i Sverige	17
5.2	En ny plattform – en mötesplats för specialpedagogikens olika perspektiv	18
5.3	Bygg vidare på elevers kunskap och erfarenheter	19
6	Studiens teoretiska ramverk	19
6.1	Fenomenologisk tolkning	19
6.2	Hermeneutisk tolkning	20
7	Metod och genomförande	20
7.1	Metodval	20
7.1.1	Halvstrukturerad intervju	20
7.1.2	Att förstå och tolka texter	21
7.2	Urval och etiska överväganden	21
7.2.1	Genomförande och bortfall	22
7.3	Tillvägagångssätt – insamling och bearbetning av empirin	22
7.4	Trovärdighet och generaliserbarhet	23
7.5	Forskningsetiska överväganden	23
8	Beskrivning av skolan	23
9	Resultat	24
9.1	Intervju med lärarna	24
9.1.1	Utvecklingsprojektet – ett gemensamt forum	24
9.1.2	Vilket är överordnat, nationella styrdokument eller läromedlen?	25
9.1.3	Variation av matematikundervisningen	25
9.1.4	Lärarnas beskrivning av begreppet taluppfattning	26
9.1.5	Elevers kännedom om kunskapsmålen	27
9.1.6	Handboken – ger den ökade kunskapskvaliteter för alla elever?	28
9.1.7	Handboken – en tidsvinst för läraren?	28
9.2	Jämförelse mellan handboken utgångspunkter och de nationella styrdokument	29
9.3	Elevers testresultat september respektive december	29
9.4	Sammanfattning av studiens resultat	33
10	Diskussion	34
10.1	Metoddiskussion	34
10.2	Diskussion om lärarintervjuer	34
10.2.1	Projektet har bidragit till lärarnas kompetensutveckling	35
10.3	Jämförelsen av handboken och styrdokument diskuteras	37

10.4	Elevernas testresultat diskuteras.....	38
11	Specialpedagogiska implikationer och fortsatt forskning.....	39
12	Litteratur	42
Bilaga A:	Intervjufrågor	45
Bilaga B:	Test 1 genomfört i september	46
Bilaga C:	Test 2 genomfört i september	49
Bilaga D:	Test 3 genomfört i september	52
Bilaga E:	Test 1 genomfört i december	55
Bilaga F:	Test 2 genomfört i december	57
Bilaga G:	Test 3 genomfört i december	60

1 Inledning och problembeskrivning

”En skola för alla” och ”ett livslångt lärande” är begrepp som är vida omskrivna och under de senaste åren även väl debatterade. Det är en utmaning för alla lärare, inom alla skolformer som berör både pedagogik och specialpedagogik, hur undervisning kan möta elever utifrån deras individuella förutsättningar. Forskning (Ahlberg, 2001; Löwing, 2006; Malmer, 2008; Skolinspektionen, 2009, m.fl.) visar på gynnsam kunskapsutveckling för elever när lärare undervisar utefter elevers förkunskaper, varierar sin undervisning och när lärare arbetar aktivt med att medvetandegöra elever om kunskapsmålen. Ur ett specialpedagogiskt perspektiv är det viktigt att tidigt uppmärksamma och arbeta med elevers förförståelse och styrkor samt arbeta förebyggande med syfte att minimera kända svårigheter, eftersom detta förhållningssätt positivt påverkar elevers kumulativa matematiklärande.

Skollagen föreskriver att utbildningen inom varje skolform skall vara likvärdig, oavsett var i landet den anordnas (1 kap. 2 §). Likvärdig undervisning betyder dock inte lika undervisning för alla elever. I Lpo94 står att läsa följande:

Normerna för likvärdigheten anges genom de nationella målen. En likvärdig utbildning innebär inte att undervisningen skall utformas på samma sätt överallt eller att skolans resurser skall fördelas lika. Hänsyn skall tas till elevernas olika förutsättningar och behov. Det finns också olika vägar att nå målet. Skolan har ett särskilt ansvar för de elever som av olika anledningar har svårigheter att nå målen för utbildningen. Därför kan undervisningen aldrig utformas lika för alla.

Kan alla elever lära sig matematik? Frågan borde omformuleras till: Hur lär sig olika elever matematik? Eller kanske; Hur kan man som lärare arbeta för att varje elev ska få tillgång till sin förmåga och lust att lära? Främst av alla mål i Lpo94 står att skolan skall sträva efter att varje elev ”utvecklar nyfikenhet och lust att lära” (s. 9). Forskning menar att elever lyckas bättre i matematik om deras grundläggande baskunskaper stärks (Ahlberg, 2001). Bland annat kan kunskaperna ökas med vidare repertoar av taluppfattning, Number sense. Det finns naturligtvis flera varierande förklaringar till varför vissa elever lyckas och andra inte. Finns det didaktiska framgångsfaktorer som lärare kan använda sig av och kan handboken, *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) i så fall vara till stöd i matematikundervisning? Handboken, *Förstå och använda tal* bygger på sammanställd forskning och utvecklingsarbete samt erfarenheter av arbete med både elever och lärare (s. 3 ibid.). McIntosh, handbokens författare, är medlem i forskargrupper vars gemensamma intresse bland annat är att utveckla taluppfattning. Exempelvis har deras forskning visat på flera faktorer som kan bidra till elevers positiva kunskapsutveckling, för att nämna några utan inbördes ordning: elevens motivation, intresse, god undervisning, intresserade föräldrar och matematikbegåvning. Forskningen har klargjort en rad framgångsfaktorer som anses vara användbara i undervisningen, frågan är om resultaten kan vara applicerbara även i svensk skolkultur?

Skolinspektionens kvalitetsgranskningsrapport (2009) vittnar om lärares osäkerhet och okunskap angående de nationella styrdokument, som undervisningen bör utgå ifrån. Lärare ska enligt Lpo94 skapa förutsättningar för att varje elev, det står bland annat att eleven ska; ”utvecklar nyfikenhet och lust att lära, utvecklar sitt eget sätt att lära, utvecklar tillit till sin egen förmåga, lär sig att utforska, lära och arbeta både självständigt och tillsammans med andra” (s. 9 ibid.). Hur kan jag som speciallärare öka medvetenheten bland lärare om olika perspektiv som främjar elevers kunskapsutveckling i matematik?

2 Syfte och frågeställningar

Studiens syfte är att undersöka hur ett antal lärare upplever sitt arbete att lära ut taluppfattning med hjälp av handboken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009). Samt en fördjupad studie i hur handbokens syften, generella ståndpunkter och dess förhållning till elevers kunskapsutveckling överensstämmer mot våra nationella styrdokument.

Syftet preciseras med följande frågeställningar:

- Vad är lärarnas erfarenheter av att bygga sin undervisning enligt handbokens metoder vars syfte är att öka elevers taluppfattning?
- Svarar boken *Förstå och använda tal* mot våra nationella styrdokument?
- Lärarnas uppfattning om risken är att bli styrd av ett läromedels kunskapsmål, istället för att i främsta hand se till våra nationella kunskapsmål i matematik?
- Kan en sammanställning av elevernas två tester visa på en kunskapsutveckling?

3 En kort beskrivning av boken *Förstå och använda tal*

Detta avsnitt inleder med en beskrivning om vad det finns för behov i skolan av boken *Förstå och använda tal* och en kort bakgrund till handbokens uppkomst. Därefter presenteras hur boken är uppbyggd och genomgång av dess struktur.

3.1 En kort presentation av bokens delar

Mängden dokumentation av skolans arbete och elevers utveckling kan av lärare emellanåt upplevas som tidskrävande. Men genom att generalisera och kategorisera elevers förkunskaper och behov i matematik, blir det enklare att möta dessa och bygga vidare på deras förståelse och kunskapsgrund. Det blir en tidsvinst att ha insikt i vad eleverna behöver undervisas om och hur undervisning didaktiskt kan planeras och genomföras. McIntosh (2009) beskriver i boken *Förstå och använda tal – en handbok* olika utvecklingsfaser och kunskapsnivåer som forskning funnit att elever går igenom i sin utveckling av Number sense. Det engelska uttrycket Number sense kan fritt översatt beskrivas som: känsla för tal och talens inbördes relationer. Uttrycket kan ge en vidare och mer precis beskrivning än dess svenska motsvarighet, taluppfattning. Genom att utöka elevers Number sense, kan deras möjligheter vidgas till flera Lösingsstrategier vid exempelvis problemlösning. Vidare kommer jag att använda begreppet taluppfattning, men syftar då på det engelska uttryckets begrepps bild.

I boken *Förstå och använda tal – en handbok* (2009), presenterar McIntosh olika typiska utvecklingsfaser och kunskapsnivåer som elever går igenom i sin progression av taluppfattning. Boken introduceras som en handbok för undervisande lärare i matematik och behandlar olika kritiska punkter, vilka han menar kan leda till missuppfattningar i elevers kunskapsbildning. McIntosh har kategoriserat typiska elevsvar som presenterar kritiska punkter av vanliga missuppfattningar och svårigheter. Vidare menar han att elevers missuppfattningar kan grunda sig på otillräckliga erfarenheter eller dåligt underbyggd undervisning. Genom att vara vaksam på olika typiska elevsvar som hans forskning visat på, kan undervisning förebygga dessa kritiska punkter och bygga vidare på elevers styrkor på deras förståelse och färdigheter.

Boken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) är en lärarhandledning som är uppdelad i tre olika huvuddelar; Att förstå tal, Att förstå operationer med tal och Att göra beräkningar. Dessa tre delar är indelade i delområden som bearbetas i 22 kapitel. Varje kapitel inleds med en kort introduktion och kunskapsgenomgång av arbetsområdets matematiska och pedagogiska bakgrund. Därefter beskriver författaren elevers olika kända svårigheter och missuppfattningar gällande aktuellt kapitel och ger samtidigt förklaring som kan svara på varför olika missuppfattningar uppkommit och eller permanentats. Varje kapitel avslutas med ett avsnitt som ger förslag till undervisning vilken kan generera till fördjupad inblick av elevers förförståelse. Även hur lärarens didaktiskt kan undvika och förebygga misstag i sin undervisning samt rätta till olika begreppslika missuppfattningar hos eleven.

I *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) behandlas flera olika varierande moment som elever kan få problem i inom taluppfattning. Under rubriken *Om undervisning* som återkommer i varje kapitel, kan läraren finna förslag hur man kan arbeta med en klass eller med en individ mot djupare förståelse och kunskapsutveckling. Fler undervisningsförslag har

samlats under rubriken *Aktiviteter*. För ytterligare förslag som kan ge stöd för undervisning, har författaren lämnat en rad litteraturtips.

Syftet med boken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) är att läraren innan undervisning i ett arbetsområde kan ta del av författarens erfarenheter och samlade forskning, gällande vanliga kritiska punkter och kända missuppfattningar som kan uppstå. Dessutom erbjuder handboken test som syftar till att ge en kunskapsöversyn av elevernas ”kunnande i form av styrka, svagheter och missuppfattningar som grund för planering av den fortsatta undervisningen” (s. 157). Boken behandlar enbart taluppfattning, men bearbetar området utifrån flera arbetsmoment.

3.2 Bakgrund till handboken

Forskning av elevers matematikförståelse (Ahlberg, 2001; Bentley, 2008; Malmer, 2008; Löwing & Kilborn, 2008) har visat på olika kritiska punkter inom området tal och räkning. Genom att läraren är uppmärksam på kända svårigheter och på vanliga missuppfattningar menar McIntosh (2009) att undervisning bör planeras så att eventuella svårigheter förebyggs och att utrymme till att missuppfattningar diskuteras och reds ut. I handbokens material, utgår författaren från undervisning av taluppfattning inom arbetsområdena för tal och räkning. Han skriver att ”Målet för undervisningen är att utveckla förtrogenhet med tal hos alla elever, inom ramen för mål och riktlinjer i grundskolans läroplan och kursplan i matematik.” (s. 2).

När det kommer en handbok såsom *Förstå och använda tal* undrar läsaren möjligen vad författaren har för teoretisk utgångspunkt gällande skola, undervisning och elevers lärande. McIntosh (2009) presenterar sina synpunkter i handboken och menar att de flesta elever vill lära sig matematik och att med hjälp av god taluppfattning byggs all annan matematikkunskap vidare. Ointresse för matematik utvecklas först när eleven övertygats att ämnet är omöjligt att förstå och klara av. Dock bör man komma ihåg att alla elever möter svårigheter inom matematik någon gång i sin kunskapsutveckling; ibland skapas missuppfattningar vid inläring, en del elever möter svårigheter mera sällan, andra oftare. Svårigheterna som elever möter är ofta uppkomna på grund av brister i begreppsförståelse. De flesta svårigheter är enkla, tillfälliga och lätta att justera. Trots detta menar författaren att missuppfattningar, av till synes enkla svårigheter, kan bli djupt rotade och finnas kvar upp i vuxen ålder, framförallt om missuppfattningarna befästs med missriktad färdighetsträning.

Missuppfattningarna McIntosh (2009) beskriver, grundas på bristande erfarenheter eller dålig undervisning. Framförallt då eleven i situationer har försökt förstå och använda logik i sammanhang logiken inte passar. Dålig begreppsförståelse har inte uppkommit slumpmässigt, menar författaren. Vidare beskrivs matematik som ett nätverk av sammanlänkade begrepp och idéer, fakta och processer. Kunskapen skildras som en kumulativ väv som blir tätare och tätare vid ökad kunskapsbildning. Läsaren hänvisas till vidare läsning av ett engelskt projekt *Effektive Teachers of Mathematics*, som visat på goda resultat där lärare kopplat samman kunskapsmålen med elevens förförståelse, förankrat kunskapen till elevens verklighet och visat på hur matematik är användbart för eleven utanför skolan. McIntosh menar att det är viktigt att memorera grundläggande tabellkunskaper, men poängterar samtidigt att tabellkunskaper måste förankras på god taluppfattning, där kunskap är möjlig att härledas och förstås. En arbetsgång som handboken förespråkar är att eleven med hjälp av laborativt arbete skapar inre föreställningar och därigenom möjliggör matematisk förståelse. I handboken beskrivs att alla nya begrepp bör introduceras laborativt där samtal kring vad som händer i aktiviteten är avgörande för kunskapsbildning. Kommunikation vid laborationerna bör följa

ett mönster där eleven beskriver vad de gör och där lärarens uppdrag är att observera och visa eleven på viktiga aspekter i lärandet.

McIntosh har genom handboken konstruerat verktyg att finna och dokumentera olika kunskapsnivåer och inlärningsstrategier som kan råda inom samma undervisningsgrupp/klass. Genom att upptäcka dessa olika kategorier kan läraren bättre möta upp och arbeta vidare med elevens kunskapsbild. Ramen till boken *Förstå och använda tal* vilar på forskning (McIntosh, Reys, Reys, Bana, & Farrell, 1997) om elevers taluppfattning. Författaren påpekar att handboken inte är en heltäckande undervisningsgång, utan vill visa på elevers vanliga missuppfattningar och svårigheter inom tal och räkning, samt ge förslag på hur undervisning kan närma sig och behandla detta område inom matematiken.

3.3 Testen

Handboken (McIntosh, 2009) innehåller 10 test ämnade att kartlägga elevernas förkunskaper, med avseende på deras taluppfattning. De olika testerna är tänkta att användas från skolstart upp till årskurs 8 – 9. I handboken finns testen med hänvisning och beskrivning över vilket matematikinnehåll varje uppgift testas mot och vilket kapitel som ger fördjupad kunskap inom det området som testats. Varje test består av mellan 10 – 40 uppgifter.

Testens innehåll finns överskådligt sammanställt i form av en matris (s. 158). Ur matrisen kan läsas i vilket test olika moment provas. Då testerna är planerade att följa elevens kunskapsutveckling, återkommer samma typ av uppgift i flera tester. I handboken (McIntosh, 2009) finns till varje test och uppgift författarens kommentarer, dessa kan underlätta vid analys av elevens kunskande. Testen utger sig inte vara övergripande eller heltäckande, men de är tänkta att ge läraren användbar information om elevers kunskap inom taluppfattning. McIntosh menar att testen kan ”sätta ljuset på starka och svaga områden i klassen som helhet, identifiera grupper av elever som har styrkor eller svagheter inom samma områden och identifiera kompetenta elever och elever som har allmänna eller specifika svårigheter.” (s. 235). Däremot påpekar författaren att en översiktsdiagnos inte kan svara på varför en elev gör särskilda misstag. Ett test kan inte heller ge svar på vilka missuppfattningar eller bristande kunskaper som kan ligga bakom problemen. Ett test kan definiera problemen, men inte ge läraren information om vilken typ av hjälp eleven bäst behöver. McIntosh rekommenderar att komplettera testen med en intervju, detta för att eleven ska få möjlighet att förklara och visa hur hon tänker. Elevens samtal med läraren förenklar en analys och kartläggning av elevens tänkande samt att läraren med större tillförlitlighet kan planera elevens vidare arbete.

Handboken beskriver även ett tillvägagångssätt vid genomförandet av en elevintervju. Där läraren får några generella råd och där det även beskrivs hur intervjun kan förberedas, genomföras och bearbetas.

4 Ämnet matematik – en kort litteraturgenomgång

I detta avsnitt redogörs för hur forskare beskriver den nuvarande situationen av matematik i dagens skola. Avsnittet inleds med hjälp av den bild som flera rapporter skildrar av dagens skola. Därefter presenteras några metoder som positivt kan påverka elevers kunskapsbildning och bygga upp elevers självuppfattning. Sedan skildras hur läraryrkets uppdrag förändrats över tid. Avslutningsvis beskrivs läroplanens styrning eller ickestyrning och dess

tolkningsfrihet som kan ha stor påverkan av elevers utbildning både vad det gäller kvalitet och undervisningsinnehåll.

4.1 Matematikundervisning behöver förändras för bättre måluppfyllelse

Allt fler elever i Sverige har svårigheter i matematik. Det kan finnas många tolkningar av detta. Enligt Skolinspektionens kvalitetsgranskning (2009), en studie som fokuserat på grundskolans matematikundervisning, konstateras att många elever inte får den undervisning de har rätt till. Analysen i denna studie visar att matematikundervisningen utgår i alltför liten grad från kursplanen i matematik. En av orsaksbeskrivningarna är att lärarna inte anser sig ha tillräcklig förståelse och kunskap om målen i kursplanen och läroplanen. Vilket kan leda till att innehållet i undervisningen begränsas i flera moment (s. 22 *ibid.*).

Aktuell forskning pekar på att elever i Sverige presterar sämre och får lägre resultat i matematik. Bentley (2008) har gjort fördjupade analyser av olika strategier som pekar på hur elever löser matematikuppgifter. Uppgifterna han studerat är hämtade från TIMSS 1995, 2003 och 2007. I undersökningen framgår att försämringen var störst bland de högst presterande eleverna. Analys av undervisning i matematik visar att eleverna i stor utsträckning övar på kompetenser som innehåller träning av procedurer, alltså räkning efter givna regler. Undersökningen visar att matematikundervisning huvudsakligen består av lärobokstyrda uppgifter. Löwing (2006) menar att resultaten är beroende av hur lärare hanterar läromedlen och på vilket sätt man låter eleverna arbeta självständigt. Hon anser att det behövs förändringar för att hantera undervisningens ramar på ett mer insiktsfullt sätt. För att kunna nå kursplanens mål är det viktigt att framhålla dessa, så att de blir tydiga för eleverna och att de klart förstår mål och syfte med undervisningen. Av Skolinspektionens kvalitetsgranskningsrapport (2009), framgår dock att lärare har svårt att presentera sin kunskap om de kompetensrelaterade mål som beskrivs i läroplanen. Granskningsrapporten visar indikationer på att kompetensmålen inte behandlas och inte heller har verkan på lärarens praktik;

Nästan alla lärare menar att mål att sträva mot, kompetensmålen, är viktiga, men många lärare har svårt att precisera på vilket sätt dessa mål förekommer i den egna undervisningen. Det tyder på att, kompetensmålen, inte bearbetats och inte påverkat lärarens praktik. (Skolinspektionen, 2009, s. 14)

Skolinspektionen (2009) menar i sin kritik att det är viktigt att lärarna studerar och bearbetar läroplanens, kursplanens och betygskriteriernas innehåll och att de erbjuder eleverna undervisning i och bedömning utifrån samtliga mål (s. 9). Samtidigt riktas även skarp kritik till att elevers undervisning i så hög grad består av deras eget arbete mot läromedel. Ett resultat ur Skolinspektionens analys från klassrumsobservationerna är att elever högre upp i skolåren, än mer fokuseras på att självständigt hantera matematiska procedurer, räkning efter givna regler. De uppgifter som eleverna hanterar är främst tagna ur läroböcker. Vidare visar analysen att förekomsten av matematiska resonemang och dialoger minskar i undervisningen i de högre årskurserna. Även internationella studier (Snowder, 1992) visar att elever ofta använder sig av algoritmer, mekaniskt inövad procedurer för att hantera skriftliga beräkningar än att använda genomtänkta matematiska strategier.

4.2 Undervisning utifrån elevers förförståelse

Genomgående i rapporter (Bentley, 2008; Skolinspektionen, 2009; TIMSS, 2007) gällande matematikundervisning, visas kritik mot att elever inte stimuleras att utveckla tillräcklig förståelse i matematik. Elevers kunskaper är avhängt på vilket sätt och av vad som undervisas. Vid införande av Lpo94 förespråkades att eleverna skulle få undervisning individuellt anpassad efter sina behov och förmågor. "Undervisningen skall anpassas till varje elevs förutsättningar och behov. Den skall med utgångspunkt i elevernas bakgrund, tidigare erfarenheter, språk och kunskaper främja elevernas fortsatta lärande och kunskapsutveckling." (Utbildningsdepartementet, 2006, s. 6). Den elev som inte hänger med i undervisningen, kan vid en hastig reflektion tyckas ha svårigheter med matematik. Utifrån elevens perspektiv är det inte ovanligt att insikten istället blir att eleven inte har givits möjlighet att inhämta de förkunskaper som krävs för att förstå. "Vad man kan iakttä är alltså inte hennes förmåga att förstå matematik utan hennes möjligheter att förstå lärarens förklaringar." (Löwing, 2006 s. 166). Individualiserad undervisning har i realiteten kommit att innebära att elever oftast arbetar enskilt mot ett läromedel, med få möjligheter att diskutera eller arbeta laborativt. I Skolinspektionens granskningsrapport (2009) går att läsa följande i resultatbeskrivningen:

Eleverna måste erbjudas mer omfattande, bättre utvecklade och mer systematiska möjligheter att engagera sig i aktiviteter som går utöver att räkna i boken enligt givna regler och lösta exempel, så kallad procedurhantering. (s. 22)

Sammanfattningsvis visar rapporterna att elevers känsla för taluppfattning har minskat och att eleverna ofta är utlämnade att arbeta enskilt mot läromedel. Detta arbetssätt visar sig mindre gynnsamt för att utveckla taluppfattning och vidare matematisk förståelse samt utveckla flera olika problemlösningstrategier. Varför anses då taluppfattning så fundamental i elevens matematiska progression? McIntosh m.fl. (1997) uttrycker följande:

The lack of understanding of what numerals mean must present insuperable barriers to learning mathematics. Students who don't understand that 1.20 is a representation for 1.2, that $\frac{11}{13}$ is less than 1, and that 1000 is ten 100s, must learn and remember a host of rules in order to deal practically with everyday numerical situations. (s. 4)

En elev kan ha mer eller mindre tillgång till sitt matematiska kunnande i olika situationer och ju större tillgång eleven har, desto större möjlighet att nyttja kunskapen (McIntosh, 2009). Eleven kan visa sitt kunnande genom att uttrycka en matematisk idé på olika sätt, i skriftlig och muntlig form, genom att använda olika modeller och räkneoperationer ibland illustrerat med konkret material och bilder. Bilderna eleven visar kan vara teckningar, men också matematiska bilder som diagram och grafer. McIntosh beskriver ett fenomen som redogör för att den elev som besitter fakta, förtrogenhet och förståelse i matematik, klarar av att byta perspektiv mellan olika representationer i sitt matematiska kunnande, på konkret såväl som på abstrakt nivå. Då eleven känner tilltro till sin kunskap tar hon spontant större ansvar för sin inläring, tillämpar matematik, hanterar och löser problem samt kommunicerar på ett mer utvecklat matematiskt språk (McIntosh, 2009).

Det är få ämnen som är så beroende av förförståelse och förkunskaper som ämnet matematik. Elever kommer till skolan med olika kunskapsgrund och lärare behöver bättre knyta an till deras tidigare kunskap och erfarenheter. Skolan bör vara den scen där elevernas olika förkunskaper och behov möts, detta för att skapa förutsättning för att främja alla elevers

fortsatta utveckling. Löwing (2006) anser att det kan verka som tidsslöseri att repetera elevernas förkunskaper, men menar istället att det är tidsslöseri att inte kartlägga elevers kunskap för att bygga vidare på elevens tidigare matematiska erfarenheter. Hon menar att undervisning kan hamna i tidsbrist som en konsekvens av att lärare inte tidigt observerar och åtgärdar elever bristande förståelse och förkunskaper. Många forskare (Ahlberg, 2001; Boesen, 2007; Engström, 2003; Malmer, 2002) betonar vikten av att undervisningen måste ta sin utgångspunkt i elevers verklighet och referensramar samt anpassa didaktiken efter deras varierande förutsättningar. Undervisning som knyter an till tidigare erfarenheter är lättare för eleven att ta in och förstå. Situationer i undervisning som väcker nyfikenhet och lust hos eleverna, verkar gynnsam för deras lärande och stimulerar förmågor att utveckla ett eget undersökande och upptäckande förhållningssätt.

4.3 Godkända betyg trots otillräckliga ämneskunskaper?

Myndigheten för skolutveckling skriver i boken Baskunnande i matematik (2003) att: "Mål att uppnå i kursplanen är *inte* en utgångspunkt eller en inriktning för undervisningen, utan bör enbart ses som en miniminivå vad det gäller *resultat*", (s. 20). Trots denna tolkning som menar att kravnivån för kunskapsmålen i matematik bör ses rimliga, visar elevers resultat en annan verklighet. Kan alla elever nå godkändgränsen i ämnet matematik? Och är uppnåendemålen uppnåeliga, hur kommer det sig att elevers prestationer och resultat sjunker allt mer? Vad gör skolan för att hjälpa varje elev att nå ett godkänt resultat? Rapporter från skolan genererar fler frågor än vad de presenterar förslag på lösningar.

Allt fler rapporter (Bentley, 2008; PISA, 2003; Skolinspektionen 2009) visar att elever i grundskolan inte når upp till godkändnivån, i ett eller flera ämnen. Enligt Engström (2003) slutar mer än en fjärdedel av eleverna i grundskolan med icke godkänt i ett eller flera ämnen. Då elever ej når godkänt resultat på de Nationella proven, men trots det får betyg, kan slutsatsen dras att elever får betyg trots otillräckliga kunskaper. Det finns flera förklaringsmodeller till att resultaten av de Nationella proven och elevers betyg inte överensstämmer. Många lärare anser att de Nationella proven enbart är en vägledning, men tycker vidare att proven inte mäter elevernas egentliga kunskaper och att proven är för komprimerade då de testar flera olika moment och kvaliteter samtidigt. Lärarna förlitar sig på läromedlens tester eller annat material som de kontrollerar elevernas kunskaper med. Enligt Skolinspektionens kvalitetsgranskning (2009), upplever dock många lärare att de besitter dåliga kunskaper om kursplanen. Rapporten sammanfattar att kursplanen innebär "en svag eller obefintlig styrning/vägledning för lärarna" (s. 8). Om kursplanen inte fungerar vägledande eller styrande och om lärarna dessutom bortser från resultat från de Nationella proven, vad grundas elevernas kunskaper och betyg då på?

I skolans iver att få så många elever som möjligt godkända, erbjuds specialundervisning i kompensatorisk form. Ett annat alternativ kan vara sommarskolor, där elever får möjlighet att läsa upp sina betyg för att bli behöriga till gymnasiet. Trots bristande kunskaper kan elever tilldelas godkänt betyg, för få att behörighet till de nationella programmen på gymnasiet. Brister i ämneskunskap förskjuts på så vis allt högre upp i utbildningen och även högskoleutbildningar är kritiska till att elever visar på allt större bristande förståelse och utbildningsnivå bland annat i ämnet matematik.

4.4 Variation i matematikundervisningen främjar elevers lärande

Nilholm (2007) diskuterar begreppen segregering, integrering och inkludering av elever. Inkludering kan stå för en differentiering av undervisningen inom klassens ram. Malmer skriver (2008) att elever med någon form av inlärningshinder, har behov att få nya begrepp presenterade för sig flerperceptuellt. Hon menar vidare att vi behöver öka elevernas aktiva deltagande i undervisningen. Genom att till exempel arbeta på ett mer undersökande och laborativt sätt kan elevers olika intresse och olika kunskapsnivåer stimuleras. För att uppleva matematikens mångsidighet måste eleven få möta matematik på olika sätt och sammanhang. Hansson (personlig kommunikation, 090303) beskrev ett arbetssätt i Asien, där lärarna effektivt nyttjar den heterogena elevgruppens kunskaper. Olika sorterna av elevernas matematiska lösningar och deras varierande tillvägagångssätt vid problemlösning lyftes fram vid undervisningen. Hansson menade att lärarna i dessa kulturer anser att mångfalden kompletterar varandra. Detta arbetssätt ses gynna en kumulativ kunskapsprocess där eleverna samarbetar och diskuterar matematik för att nå effektivare Lösningsstrategier. Undervisningsgrupperna är heterogena och alla elevers lösningar, inte enbart de mest eleganta lyfts upp av läraren och anses bidra till elevernas ämnesutveckling. Genom variation av lösningar kan eleverna byta upp sina matematiska strategier samt att undervisningsförfarandet erbjuder rikliga möjligheter till diskussion.

I samband med införandet av Lpo94 utvecklades individualisering som en norm för lärande: "läraren skall: utgå ifrån att eleverna kan och vill ta ett personligt ansvar för sin inläring och för sitt arbete i skolan" (Utbildningsdepartementet, 2006, s. 13). Individualiseringen har i många fall i stället blivit ett individuellt arbetssätt, vilket innebär en inställning att det är positivt om eleven ligger långt framme i läromedlet. Samtidigt blir kunskap och förståelse underordnad. I matematik är hastighetsindividualisering vanligt förekommande, där undervisning i första hand har kommit att vara ett samspel mellan elev och läromedel (Löwing, 2008). Då eleverna arbetar individuellt, kan det i sista fall innebära att de får möta samma innehåll, presenterat med samma metoder fast vid olika tidpunkter. Enligt Asp-Onsjö (2008) missgynnas elever i behov av särskilt stöd av ett undervisningssätt som framförallt bygger på eget arbete. För elever i behov av särskilt stöd har specialundervisningen fungerat främst som kompensatoriskt stöd, detta för att eleven skall få en rimlig chans att klara den ordinarie undervisningen. Det är centralt att se till elevernas olika behov, att inläring inte alltid kan kompenseras med olika lång tid, utan att eleverna behöver möta olika innehåll på olika sätt med olika metoder. Runesson (1999) menar att den variation som undervisningen introducerar och erbjuder har betydelse för elevens lärande.

Ahlberg (2001) påpekar att elever som har svårigheter i matematik inte utvecklas gynnsamt genom att träna mer av samma moment, utan bör stimuleras att lära på ett annat sätt där processen och inte svaret blir den främsta vägen mot att utveckla kunskap av hög kvalitet. Vidare menar hon att undervisning behöver stärka elevens tilltro till den egna förmågan och främja elevens lust att lära. Det gynnar alla elevers lärande och delaktighet genom att finna en balans mellan skolans krav och elevens egen förmåga och hon anser att detta kan ske genom att läraren söker finna balans mellan variation och struktur i undervisningen. Ahlberg framhåller att undervisning i matematik borde karakteriseras av en variation som innefattar såväl utforskande aktiviteter som färdighetsträning, en avvägning mellan kreativa problemlösande aktiviteter och andra kunskaper. För att det ska vara möjligt att utveckla undervisning där elevers upptäckarglädje och kreativitet stimuleras måste elevers olikheter uppmärksammas och accepteras. Centralt är därför att kartlägga mångfalden i elevernas kunskap och lärande och införa större variation i undervisningen (s. 115).

4.5 Elevers språkliga erfarenhet påverkar dess matematik förståelse

Elever har med sig olika erfarenheter när de kommer till skolan. En studie som Wolff presenterade vid en föreläsning 26 februari, 2009, visade på att hur många ord en treåring mött, var beroende av föräldrarnas utbildning. I akademiska familjer har forskning visat att barn involveras i fler diskuterande samtal, alltså samtal som behandlar ämnen som rör sig bortom här och nu. Detta främjar barns kommunikationsförmåga och verkar gynnsamt så att även inferensläsning fungerar bättre. I arbetarfamiljer möter barn mer kommunikation i form av direkta uppmaningar. I dessa miljöer förekommer ovan beskrivna dialoger allt mer sällan. Asp-Onsjö (2008) beskriver att föräldrarnas utbildningsnivå har inverkan och dessutom stor betydelse för elevers studieresultat i största allmänhet. Välutbildade föräldrar kan dessutom inse vikten av att högre grad stödja eleven i skolarbetet.

Från förskolans verksamhet är elever vana att gruppera, lägga ihop, organisera och ordna. Sterner och Lundberg (2002) skriver att: "Många lärare anser att förskolan spelar en mycket viktig roll för barnens läs- och skrivutveckling och lärande i matematik, särskilt när det gäller barn som riskerar att utveckla svårigheter inom dessa områden." (s. 19). Begreppsbilderna av kunskapssamband är starkare i matematik än i svenska. De färdigheter som tränas i de yngre åldrarna kan man se resultat av upp i högstadiet, konstaterar Sterner i sin föreläsning den 10 mars 2009. Hon fortsätter med att poängtera vikten av välutbildade pedagoger. Elevers matematikkunskaper varierar stort då de kommer till skolan. Dessa variationer kommer sig bland annat av att elever vistas i olika typer av miljöer under sin förskoletid. Förskolans aktiva arbete med elevers matematikutveckling, lägger en god grund för utvecklandet av ett matematiskt språk. Sterner menar vidare att grundligt förarbete av språkligt karaktär, framförallt stärker elever som kan hamna i svårigheter genom att förebygga kritiska punkter vid inläring. Elever med en språkstörning behöver möta ett nytt ord 40 gånger innan ordet införlivas till det egna ordförrådet, andra elever kan lära sig ett nytt ord på tio möten (Lundberg & Sterner, 2006). Genom att samtala matematik får elever en möjlighet till att uttrycka och reflektera över sina tankar. I samspel med andra får de även chansen att prova och omprova sina matematiska idéer och resonemang. Matematik är ett kommunikationsämne (Emanuelsson, Wallby, Johansson, & Ryding, 1996), det går inte att bortse från elevers förståelse och förtrogenhet av matematikens språk, då språket har stor betydelse för ämnets karaktär.

Elever med utländsk bakgrund har naturligtvis lika stora variationer i sina hemförhållanden som andra elever. Ahlberg (2001) menar att barns matematikutveckling är mer avhängt föräldrarnas socialgruppstillhörighet än deras nationalitet. Hansson understryker (personlig kommunikation, 090303) att om en elev har två välutvecklade språk, kan det vara en extra tillgång i matematikundervisningen. Samtidigt påpekar Sterner och Lundberg (2002) att komplexiteten i elevers språkanvändning behöver studeras ytterligare, detta för att öka förståelsen för vad som sker när eleven rör sig från ett språk till ett annat, från informella uttrycksformer till formella, från personliga erfarenheter till generella förklaringar. Läsning är en fråga såväl om avkodning och identifiering av skrivna ord, som av läsförståelse och inferens.

Matematik är ett ämne fyllt av begrepp som är lätta att missförstå. Malmer (2002) beskriver ord som volym, rymd och rabatt och hur dessa kan vara exempel på begrepp som innehåller olika referenser, alltså ord som inte enbart har en innebörd inom matematik. Undervisande lärare behöver aktivt söka de kritiska punkter som språkförvecklingar kan ge upphov till.

Löwing & Kilborn (2008) poängterar vikten av att förstå de olika aspekter av kommunikation som det mångkulturella klassrummet omfattar. De strukturerar upp undervisningsprocessen i de kommunikationssituationer som kan förekomma under en lektion och menar på att den viktigaste kommunikationen sker mellan lärare och elev. Lärare har ansvar att erbjuda ett konstruktivt matematiskt språk för att bygga upp elevernas språkbruk. Undervisningen bör ske på olika språkliga nivåer för att möta och bygga vidare på elevens förståelse. Språket i matematikläromedel uppfattas ofta som svårläst då det är komprimerat och använder en terminologi som kan vara svår att förstå. Fler rapporter (Bentley, 2008; Skolinspektionen, 2009) vittnar om att större delen av kommunikation vid matematikundervisning idag sker individuellt mellan elev och läromedel. Den kommunikation som förs mellan elev och läromedel förutsätter att eleven har en viss läsfärdighet och läsförståelse dessutom att eleven har förkunskaper tillräckliga att lösa de uppgifter som ges. Vidare menar Löwing & Kilborn (2008), att elevers individuella räknande i läromedlen ytterligare begränsar invandrade elevers möjlighet att bygga upp ett korrekt matematiskt språk. En annan situation som kräver ett matematiskt språkbruk är vid samarbete, detta för att möjliggöra att samtliga elever ska ha utbyte och aktivt kunna medverka vid grupparbetet. Genom att ta kontakt med föräldrar kan lärare beskriva vad undervisningen går ut på och på så vis kan intresserade föräldrar hjälpa sina barn och förebygga eventuella dilemman som läxläsning kan ge upphov till.

Ahlberg (2001) skriver att elever behöver få tid att befästa grundläggande matematiska begrepp. Det är väl använd tid att kommunicera kring matematik. Vidare menar Ahlberg att det är viktigare att fokuserat arbeta mot kunskapsmålen och elevers förståelse, även om detta skulle innebära att färre uppgifter i läroboken blir räknade. Kvalitet av arbetet i matematikundervisningen bör gå framför kvantitet. Malmer (2008) anser att elever tidigt slås ut i matematiken och pekar på att en av orsakerna ”beror på att eleverna inte får den tid och det stöd de behöver för att befästa grundläggande begrepp”. (ibid. s 30). Författaren beskriver sex olika inlärningsnivåer och vad de utvecklar:

Inlärningsnivå genom att

1. Tänka, tala.
2. Göra, pröva.
3. Synliggöra.
4. Förstå formuleras.
5. Tillämpning.
6. Kommunikation.

Som utvecklar

Erfarenheter, ordförråd och associationer byggs.
 Laborationer leder till ett konkret handlande.
 Via ex mönster och figurer synliggörs matematiken.
 Abstrakt formellt symbolspråk.
 När och hur kan den nya kunskapens användas.
 Genom att reflektera, beskriva, förklara, diskutera
 och argumentera befästs kunskapen.

Genom att passera samtliga nivåer menar Malmer (2008) på att ny kunskap kan förskansas och att därigenom nya matematiska erfarenheter utvecklas vidare. Alla dessa nivåer är viktiga att bearbeta vid undervisning, för att inläring och förståelse ska komma samtliga elever till del. Detta arbetssätt anser författaren gynnar även den elev som har svag språklig medvetenhet och som därigenom kan ha svårare att nå begreppsbildning. Vidare skriver hon att elever skall ha kunskap, inte mesta möjliga utan *bästa möjliga* (ibid. s. 42). McIntosh (2007) anser att elever som visar god förståelse av ett matematiskt moment eller område, kan växla mellan olika matematiska representationer. Exempel på matematiska representationer som eleven bör kunna växla mellan är bild, verbal symbolisk och konkret material.

4.6 Läraryrket – ett uppdrag i förändring

Olika didaktiska metoder varierar över tid och skolans verksamhet kan uppfattas vara spegling av den kultur som är rådande i samhället. Det är i lärares intresse att möta samtliga elever med sin undervisning. En tydlig arbetsbeskrivning i lärarnas uppdrag är att i undervisningen möjliggöra att eleverna når kunskapsmålen. Trots detta tydliga uppdrag förekommer nu allt oftare larmrapporter om elevers försämrade måluppfyllelse. Rapporterna är av olika slag men samstämmigheten är tydlig, de beskriver elevers allt sämre prestationer i skolan och deras nedgående resultat gäller även ämnet matematik. Rapporterna kommer bland annat från Skolinspektionen och Skolverket, som grundar sina iakttagelser både på nationella studier (Skolinspektionen, 2009), men även på de internationella tester som är gjorda (t.ex. TIMSS, 2003).

Löwing och Kilborn (2008) beskriver länders olikheter gällande styrdokument av skolan. Vid ett seminarium i Singapore, 2005 föreläste författarna om rådande styrinstrument i svensk skola och samtidigt gavs lektionsexempel från Sverige. Skolforskare och lärare från seminariet blev upprörda och kunde inte förstå hur en skola med dessa förutsättningar kunde fungera. Författarna beskriver vidare att de lokala lärarna och forskarnas uttryckte stor oförståelse för ”hur vi kan ha en kursplan som inte tydligare talar om vad eleverna skall kunna?” (Löwing & Kilborn, 2008, s 12). Vår nuvarande läroplan Lpo94 lämnar vid jämförelse med andra länders läroplaner, stort tolkningsutrymme för användarna. Vid implementeringen av läroplan Lpo94, var intentionen att vidareutbilda lärarna att använda sin yrkeserfarenhet och ämneskompetenser att fylla ut läroplanens frirum (Berg, 2008). Av ekonomiska skäl uteblev satsningen. Skolor och lärare blev godtyckligt lämnade att vidareutveckla en till synes ofullständig läroplan. Eventuellt har tolkningsfriheten av Lpo94 resulterat till alltför stor variation av skolors kvalitet och undervisningsinnehåll. I Svensk författningssamling (SFS nr: 1985:1100) 2§ står att:

Alla barn och ungdomar skall, oberoende av kön, geografiskt hemvist samt sociala och ekonomiska förhållanden, ha lika tillgång till utbildning i det offentliga skolväsendet för barn och ungdom. Utbildningen skall inom varje skolform vara likvärdig, varhelst den anordnas i landet.

Skrivningen i paragrafen är tydlig, undervisningen i Sveriges skolor ska vara likvärdig. Hur kan detta garanteras, då detaljplanering av läroplanen lämnat åt enskilda skolor och undervisande lärare? Förslag och åtgärder till hur skolan kan/ska komma tillrätta med de allt sämre resultaten diskuteras på politisk nivå. Nya kursplaner är planerade att komma i bruk år 2011.

Flera författare beskriver hur politik, olika skolperspektiv och traditioner påverkat undervisningen. Orlenius (2005) beskriver två olika skoltraditioner som han menar präglat skolutvecklingen. Han kallar dessa för lärdomsskolan och folkskolan. Dessa visar på olika pedagogiska förhållningssätt, den förra menar han betonar en teoretisk och intellektuell kunskap och den senare intar mer nyttoinriktad kunskapssyn, som i mer progressiv anda bygger på elevernas erfarenheter och kunskaper. Vilket förhållningssätt lärare har kan visas då han eller hon uttrycker att utbildning till lärare var för att undervisa i sina ämnen, medan en annan lärare kontrar med att vilja undervisa elever. Dessa båda yttranden kan ge uttryck för två olika traditioner. Engström (2003) menar att skolan behöver ge eleverna den matematik de egentligen behöver för att klara ett vardagsliv. Han kallar det för livsmatematik.

Litteraturgenomgången har kort presenterat aktuell forskning om matematikundervisning i Sverige. Avsnittet har behandlat olika uppfattningar som kan vara del av förklaring till varför elever presterar allt sämre resultat. Avsnittet har även lagt fram olika synpunkter som forskare menar är väsentliga för lärare att förhålla sig till i planerandet och genomförande av undervisning.

5 Specialpedagogiskt forskningsfält – en kort översikt

Avsnittet presenterar i korthet utveckling av det specialpedagogiska forskningsfältet. Olika genrer inom specialpedagogiken har olika beröringspunkter. Det är samhällets tidsanda som återspeglas i forskningsintressen och ger forskningen tidstypiska dilemman, inriktningar och lösningar.

5.1 Utveckling av forskningsfältet i Sverige

Många forskare beskriver komplexiteten av det specialpedagogiska forskningsfältet. Det specialpedagogiska forskningsfältet är ett mångfasetterat område. Forskningen anses tvärvetenskaplig, eftersom den har koppling till flera olika discipliner: pedagogik, psykologi, medicin, sociologi med flera. Ahlberg (2009) menar att dessa discipliners olika teorier har påverkat och influerat specialpedagogiskt kunskapsfält och dess verksamhet. Vilket av de olika perspektiven som dominerat har över tid varierat och dess påverkan har kunnat spåras i specialpedagogikens inriktning och fokus. Specialundervisning och specialpedagogikens utveckling har under 1900-talets senare del lett fram till en rad skiftande perspektiv, samtliga omfattas nu inom begreppet specialpedagogik.

Björk-Åkesson och Nilholm (2007) menar att det finns nu två synsätt som är mest framträdande inom den specialpedagogiska forskningen. Det ena synsättet har enligt författarna stark förankring inom psykologin. Där intentionen karakteriseras av att oavsett barns olika förutsättningar erbjuda en god start i livet. Det andra synsättet har sin förankring inom utbildningssociologin. Ahlberg (2009) beskriver att det individuellt – psykologiska perspektivet kompletterats med andra perspektiv som har starka kopplingar till sociologi, denna förändring har skett under de senaste årtiondena. Persson (2001) påpekar att specialpedagogik verkar ha en tendens att ordineras när den ordinarie pedagogiken inte fungerar eller inte räcker till. Vidare menar Persson att specialpedagogiska åtgärder borde komplettera och stödja den ordinarie pedagogiska verksamheten. Clark, Dyson och Millward (1998) ger uttryck åt specialpedagogiska frågeställningar som är aktuella idag och menar att dessa funderingar och metoder är gynnsamma för samtliga elever i en lärande process. För ”eleven i behov av särskilt stöd” innebär det att de ska bli inkluderade inom den rådande pedagogiska verksamheten och att det ska finnas didaktiska metoder som främjar lärande för samtliga elever allt efter behov.

Över tid har det specialpedagogiska forskningsintresset omväxlande haft en individuellt medicinsk inriktning, till att söka pedagogiska orsaker och samband inom såväl skolan som inom samhällets organisation. Symtomdiagnoser som exempelvis neuropsykiatriska funktionsnedsättningar är starkt värdeladdade och kulturbundna, men vad som anses och beskrivs som funktionsnedsättning skiftar över tid. En risk med diagnostisering är att de kan bli subjektiva och tillrättalagda av rådande tidsanda. Det som kännetecknas av denna tradition är att problematiken främst placeras hos individen, vilket eventuellt kan innebära att andra orsaker inte uppmärksammas. Åtgärder inom detta diagnostiserande synsätt är kompenserade

och individcentrerat. Denna skola kan kännetecknas som en stelbent organisation där eleven uppfattas som roten till att problem uppstår och där en lösning kan bli att eleven ska anpassas till skolan i stället för tvärt om.

Nilholms (2007) genomgång och beskrivning av de olika specialpedagogiska forskningstraditionerna har lett fram till ännu en indelning i olika perspektiv; det kompensatoriska, det kritiska och det han kallar dilemmaperspektiv. Det kompensatoriska perspektivet går ut på att eleverna ska kompenseras för sina brister bland annat med hjälp av specialundervisning. Bristen/handikappet/oförmågan anses vara elevens. I detta perspektiv ser man endast problemet ur individnivå och söker problemen hos denne. Inom det kritiska perspektivet skriver författaren fram den om möjligt perfekta organisationen. Där han menar att genom ta bort specialpedagogikens kompensatoriska möjligheter, tvingas skolan möta samtliga elever allt utifrån deras behov och förmågor. Engström menar (2003) att i det kritiska perspektivet bör "misslyckandet" sökas utanför eleven. I detta perspektiv pekar författaren på vikten av att utgå från en plattform, en lärande miljö vars intention är att undervisningen anpassas till elevers olikheter, vilket är förenligt med visionen "en skola för alla". Det tredje perspektivet, dilemmaperspektivet, beskriver Nilholm (2007) som ett perspektiv där skolans verksamhet och dess aktörer ställs inför olika ställningstagande som synliggör olika dilemman som måste hanteras.

Specialpedagogisk forskning har av tradition behandlat frågor om social gemenskap och utanförskap. En dimension som därmed blir central är frågan om vad som kan betraktas som en normalitet respektive avvikelse. Alltså vilka elever anses vara "normala" och vilka räknas som avvikande? Genom att diagnostisera elever, läggs problemet åter till individnivå, och på så vis behöver inte skolans praktik förändras. Undervisning för elever i behov av särskilt stöd uppvägs i denna aspekt åter med hjälp av specialundervisning, som enbart kompenserar den ordinarie undervisningens brister i kunskap och oförmåga att möta alla elevers behov. Nilholm (2007) vidareutvecklar dilemmaperspektivet och menar att det finns inbyggda motsättningar inom skolan till exempel i olika styrdokument. Dessa motsatser kan vara ogenomförbara, men man måste i undervisningen alltid ha alla aspekter i beaktande. Han anser att skolan som organisation måste läras hantera och bedriva en undervisning där variationer och olikheter av elevers behov förekommer. Individualisering i undervisningen är ett delikat dilemma att hantera.

5.2 En ny plattform – en mötesplats för specialpedagogikens olika perspektiv

Det specialpedagogiska forskningsområdet spänner över olika ontologier och epistemologier. Där en mängd forskningsfrågor studeras med hjälp av olika teorier och där flera olika metoder används. Många av dessa teorier och metoder är oförenliga och mångfalden kan göra forskningsområdet något oklart och diffust. Samtidigt har den stora tillförseln av problemställningar bidragit till förnyelse och förstärkning av forskningsfältet (Ahlberg, 2007).

Det specialpedagogiska forskningsfält som Ahlberg (2001, 2009) beskriver har fyra olika perspektiv, samtliga är nära relaterade och kompletterar varandra; ett individinriktat, ett relationellt, ett deltagarperspektiv och ett kommunikativt relationsinriktat perspektiv. Vid Göteborgs universitet har man arbetat fram en plattform som visar på olika inriktningars inbördes förhållande och hur de relaterar till varandra inom aktuell forskning. Inom plattformen ryms olika områden för den specialpedagogiska kunskapsbildningen. Ahlberg (2009, s. 25) menar att det råder stor variation av studier och forskningsfrågor vilket medför

”att fokus i de studier som genomförs varierar”. Plattformen ger en överblick vilket eller vilka områden en studie greppar över.

Forskning sker i en särskild tid och inom en social kontext som påverkar, vilket gör att vetenskapligt arbete aldrig är objektivt eller förutsättningslöst. Sammanhanget påverkar forskarens föreställningar, förhållningssätt, val och ställningstagande som i sin tur inverkar på både slutsatser och resultat. ”Forskningsresultat får därför betraktas som tillfälliga sanningar, vilka inte är givna en gång för alla” (Ahlberg, 2009 s. 10). Olika perspektiv på hur samhällets historia beskrivs ger skilda förväntningar på framtidens utveckling. Hur den specialpedagogiska historiken tolkas blir på så sätt väsentlig för att förstå framtida utmaningar.

5.3 Bygg vidare på elevens kunskap och erfarenheter

För att utveckla en elevs matematiska intresse förutsätts att eleven har tillit till sin egen förmåga att lära och förstå. Lärare bör sträva efter att eleven möter matematik som är verklighetsnära och utgår från dess erfarenhet (Ahlberg, 2000). Eleven kan med lärares stöd och uppmuntran se sig som en skapande och lärande individ. Löwing (2008) påpekar att matematik bör didaktiskt bygga på vetskap om hur begrepp utvecklats och bör planera sin undervisning med insikt om hur elever kan uppfatta begrepp på olika sätt. Malmer (2002) framhåller att de elever som visar sig ha svårigheter med ämnet matematik har behov av att möta nya matematiska moment med flera sinnen. Ahlberg (2001) menar att elevers lärande i matematik bör få ta tid och tiden ger förutsättning för att nya begrepp inordnas med tidigare erfarenheter. Eleven kan då göra nya erfarenheter som möjliggör att kunskap kan appliceras och vara användbar vid flera matematiska situationer. På så vis kan matematikkunskap leda till mer flexibel användning av färdigheter och förståelse.

6 Studiens teoretiska ramverk

I detta avsnitt redogörs för vilken teoretisk inramning och utgångspunkt studien har. Avsnittet presenterar en kort beskrivning av de två perspektiv som studiens empiri tolkats utifrån.

6.1 Fenomenologisk tolkning

Studiens syfte har varit att undersöka hur lärare upplever sitt arbete att lära ut taluppfattning och deras uppfattning om elevernas kunskaper kan få ökade kvaliteter genom det utvecklingsprojekt de initierat. Min studie har därför ett fenomenologiskt perspektiv. Kvale (1997) menar att fenomenologi är ett försök att beskriva en upplevelse, utan att ta hänsyn till upplevelsen orsak eller ursprung. Alvesson och Sköldberg (2008) beskriver fenomenologin i den form som Husserl lanserat den, som ”levd” erfarenhet, en tolkning som utrustats med avsikt, värdering och mening. Vidare redogör författarna för fenomenologi som en ansats där intresset fokuserats kring fenomenvärlden. Det innebär alltså att bortse från det oväsentligt befintliga objekten, för att istället begränsa studien, utgångspunkten till den subjektiva upplevelsen. Inom fenomenologins tolkning gör man inte anspråk på att beskriva verkligheten i sig, utan hur verkligheten uppfattas av människan. Inom pedagogik innebär fenomenologi att forskning utgår från de föreställningar och tankar som läraren eller eleven har. Utgångspunkten utgår från den konkreta upplevda världen, som redogör för hur läraren uppfattar sig själv och sin verklighet.

6.2 Hermeneutisk tolkning

Vid tolkning och analys av intervjuvaren och texter, har jag använt mig av hermeneutiska förklaringar som Ödman (2007) så målande beskriver hermeneutikens bild av hur förståelse växer fram som en cirkel, men en cirkel som inte sluts utan fortsätter att växa i formen av en spiral, där tolkningsprocessen är oändlig, utan början och utan slut. Ödman beskriver vidare i bilder att analysarbetet kan liknas som ett pussel där bitarna initialt vara helt osammanhängande och lösryckta för att till slut hitta mönster och sammanhang.

Vidare menar Ödman (2007) att tolkning kan aldrig ske förutsättningslöst eftersom att man alltid grundar en tolkning på kunskap och förförståelse. Kvale (1997) presenterar begreppet fenomenologisk reduktion och beskriver detta som:

... att man försöker sätta den vardagliga förståelsen av den vetenskapliga förkunskapen om fenomenet inom parentes för att komma fram till en förutsättningslös beskrivning av fenomenets väsen. Fenomenologisk reduktion innebär inte en absolut frånvaro av förutfattade meningar utan snarare att man kritiskt analyserar sina förutfattade meningar. (s. 55)

Viljan att förstå är en stark drivkraft, men att göra vetenskapligt riktiga tolkningar kräver undersökningsinstrument, verktyg som är lämpade för undersökningens syfte. Till denna studie att tolka och förstå lärares uppfattning, samt genomföra tolkning av litteratur fann jag användbart hantverk i fenomenologins och hermeneutikens teoribildning.

7 Metod och genomförande

I detta avsnitt redovisas mitt val av metod, urval och hur insamlandet av empirin planerats och utförts. För att få svar på mina forskningsfrågor har jag intervjuat tre lärare som driver ett utvecklingsprojekt i matematik, följt och observerat lärarna vid deras handledningstillfällen. Studerat handboken *Förstå och använda tal* hur den svarar mot våra nationella styrdokument. Vidare beskrivs tillvägagångssätt, hur empiri bearbetats och analyserats. Slutligen beskrivs även studiens reliabilitet, validitet och etiska övervägandens som gjorts.

7.1 Metodval

7.1.1 Halvstrukturerad intervju

Stukát (2008) skriver att "forskningsproblemet ska styra metodvalet" (s. 36). Vidare beskriver han två olika inriktningar av studier, kvantitativ och kvalitativ forskning. Den kvantitativa studien innebär att en stor mängd fakta samlas in och analyseras med avsikt att upptäcka eventuella mönster, varav generella gångbara slutsatser kan upptäckas. Då den kvalitativa forskningen framför allt handlar om att tolka och förstå resultat är intervjuer en effektiv metod. En kvalitativt halvstrukturerad intervju innebär att det finns ett givet frågeformulär en frågeguide, med klara teman och huvudfrågor, men att under intervjuens gång ha möjlighet att ändra ordningsföljd på frågorna och följa upp svaren med följdfrågor.

Kvale (1997) framställer intervjuforskning som ett hantverk där interaktionen mellan intervjuare och den intervjuade kan generera ny kunskap och förståelse. Eftersom mitt intresse har varit att undersöka hur lärare uppfattar elevers taluppfattning, och hur lärarna

anser sig behandla de kritiska punkterna i sin undervisning, föll valet på att genomföra kvalitativt halvstrukturerade intervjuer. Under dessa intervjuer gavs möjlighet att finna och följa upp olika nyanser i lärarnas upplevelser. Intervjusituationerna gav utrymme att ställa vidare frågor och få lärarnas förklaringar och beskrivningar.

För att finslipa intervjufrågornas precision genomfördes en pilotstudie. Intervjufrågorna ställdes till två kollegor, lärare som undervisar i matematik dessa är bekanta med handboken. Pilotstudien bidrog till att några av intervjufrågorna omarbetades samt att ytterligare någon fråga lades till. Slutligen var frågorna klara för att kunna användas vid de riktiga intervjuerna.

7.1.2 Att förstå och tolka texter

Ett mål med studien har varit att fördjupat studera handboken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) och att jämföra handboken med våra nationella styrdokument. Mycket tid har ägnats åt att prova på olika tillvägagångssätt att tydliggöra jämförelsen. Efter att ha sökt få en överblick av både handbok och styrdokument skrev jag slutligen in handbokens generella ståndpunkter och matrisen om elevers kunskapsöversikt parallellt med kursplanemålen i matematik och Lpo94 i programmet excell. I detta program blev jämförelsen av de olika materialen tydlig.

7.2 Urval och etiska övervägande

Urvalet skedde efter tillgänglighetsprincipen när jag fann en skola som passade studiens syfte. Skolan skulle precis starta ett utvecklingsprojekt där boken *Förstå och använda tal* skulle implementeras till deras arbetsmetoder.

Först togs kontakt med lärarna som initierat utvecklingsprojektet vid skolan. Därefter togs kontakt med skolans rektor för information och för att få godkänt om undersökningens art och syfte. Lärarna kände sig positiva till att jag skulle följa deras utvecklingsprojekt, detta genom att verka som åskådare vid de handledningstillfällen som de planerat med NCM, Nationellt Centrum för Matematik. I studien ingick även att ta del av handbokens tester, som lärarna låtit göra i sina klasser. Mitt bidrag till projektet har varit att sammanställa elevernas resultat av testerna. I slutet av studien har jag även intervjuat lärarna. Någon direkt kontakt har inte gjorts med eleverna, därför togs ingen kontakt av mig med deras vårdnadshavare, vad det gäller denna studie. Däremot fick vårdnadshavarna information inför genomförandet av utvecklingsprojektet. Informationen sköttes av lärarna, eftersom eleverna involveras då projektet naturligt ingick i deras undervisning.

Utvecklingsprojektet som skolan startade har som mål och syfte att implementera handboken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009). Utvecklingsprojektet har två av skolans lärare initierat och deras arbete ligger till grund för stor del av denna studies resultat. De klasser som berörts av såväl utvecklingsprojekt som studien är i skolår 1 – 3. Klass 1 består av 24 elever, klass 2 av 18 elever och klass 3 av 21 elever. Sammanlagt berörs studien av 63 elever. Av klassernas tre klasslärare har två av dem varit drivande och mer aktivt deltagit av utvecklingsprojektets utformning och genomförande. Till projektet anställdes ytterligare en pedagog, vars ämnesinriktning är matematik. Den projektanställda pedagogen har möjliggjort tid för lärarna i projektet att samplanera och sammanställa laborationer och material, samt att hon varit en resurs vid undervisningssituationer. Den projektanställda pedagogen har verkat i samtliga tre klasser både inom klassen och ibland i mindre grupperingar och även vid enskild undervisning, allt efter projektet, lärarna och elevernas varierande behov.

7.2.1 Genomförande och bortfall

För att se om elevernas färdighet utvecklades, genomfördes McIntosh tester i början av september, 2009, i tre av skolans klasser. De berörda klasserna var år 1, år 2 och år 3. I december 2009, gjordes testerna om för att jämföras och se ett eventuellt utfall. Lärarna ställde sig skeptiska till om deras arbete med elevernas taluppfattning skulle visa någon effekt med tanke på den korta tidsaspekten. Testerna och resultaten beskrivs mer i studiens resultatdel.

Av de elever som var med vid första tillfället av testet i september, deltog samtliga även vid det senare tillfället i december. De lärare som planerats medverka vid en intervju har även de kunna vara delta. Vilket medför att studien inte berörts av något bortfall.

Däremot har endast två av de tre lärarna som berörts av utvecklingsprojektet, deltagit vid NCMs handledningstillfällen. Det kan man se resultat av vid de intervjuer som genomförts, där lärarna tydligt visar olika förståelse och kunskap om bakgrund till de tester som genomförts och de metoder och elevers kunskapsutveckling som beskrivs i handboken.

7.3 Tillvägagångssätt – insamling och bearbetning av empirin

Inledningsvis undersöktes relevanta rapporter från Skolverket, Skolinspektionen samt annan litteratur och forskning som berör studiens undersökningsområde. Med hjälp av NCM:s bibliotek, har jag fått möjlighet att ta del av forskning bakom boken *Förstå och använda tal*.

Val av metod vid insamling av empiri, har naturligt kommit att bli en djupare litteraturgranskning av boken *Förstå och använda tal*. Under studien har handbokens beskrivna mål granskats och jämförts mot våra nationella styrdokument. För att enklare få överblick av handboken och styrdokument användes programmet Excell.

De tre lärare som i sin skola medverkat till att implementera boken har intervjuats. Valet blev att genomföra en halvstrukturerad intervju (Stukát, 2008) där tanken var att ge informanterna så stort talutrymme som möjligt och styra intervjun med huvudfrågor. Varje intervju tog mellan 30 till 45 minuter att genomföra. Följdfrågor varierade beroende av lärarnas svar. Sammanställning av intervjuerna blev dock svårare eftersom med vid minskad styrning av frågor, minskade även jämförbarheten mellan intervjusvaren. Intervjuerna spelades in för att därefter transkriberats ordagrant. Inspelningen av intervjuerna möjliggjorde att lyssna på dem flera gånger. Att däremot fullständigt transkribera intervjun, med hänseende på informantens gester, blickar och tonfall bedömdes inte vara avgörande för resultatets giltighet. Vid analys av intervjusvaren har ett färgsystem använts, detta för att enklare kategorisera likheter och motsättningar i informanternas svar.

Resultaten från de två tester som genomfört, det första i september och det andra i december, har sammanställts i stapeldiagram. Detta gav en tydlig bild på elevernas kunskapsutveckling inom området tal och räkning. Det första genomförda testet är direkt taget ur McIntoshs handbok, test 1, 2 och 3 (se bilaga B, C och D) och gjordes i motsvarande klasser 1, 2 och 3. Det andra testet är en omkonstruktion av McIntoshs, med lika frågor men med andra bilder (se bilaga E, F och G). Detta för att eliminera en risk att eleverna känner igen och kommer ihåg hur de löste testet vid det första tillfället. Lärarna har vid det första testtillfället även intervjuat eleverna enligt den modell som handboken beskriver. Dessa intervjuer har inte tagits med, då de i första hand hjälper lärarna att kartlägga de enskilda elevernas förförståelse

och kunskaper. Elevintervjuerna har inte tagits i beaktande då de inte svarar mot studiens syfte och troligen skulle bli ett sidospår, än en fördjupning som fört studien framåt.

7.4 Trovärdhet och generaliserbarhet

För att öka studiens trovärdhet gjordes en pilotstudie av intervjufrågorna. Frågorna ställdes till två lärare som undervisar i matematik och som båda är bekanta med handboken. Valet att ställa intervjufrågorna till dessa lärare var att kunna diskutera frågornas utformning, hur dessa lärare tolkar frågorna samt diskutera hur frågorna svarar mot studiens syfte.

Fenomens förutsättningslösa tolkning är en orimlighet, enligt Ödman (2007) och påpekar att allt vi tolkar grundar vi i en förförståelse han menar att vi vid en tolkning inte kan bortse från tidigare gjorda erfarenheter. Analys och tolkning ska enligt författaren ses som en ögonblicksbild, utförd vid en bestämd tid och på en bestämd plats och av en människa som befinner sig mitt i historien. Det är en orimlighet att dra generellt giltiga slutsatser av denna lilla studies resultat, men att faktiskt se resultatens giltighet för de lärarna som ingår i studie anser jag vara rimligt. Dock anser jag att studien kan bidra till en generell kunskapsutveckling vad det gäller analys av litteratur rörande elevers taluppfattning, handbokens metoder att finna elevers förkunskaper, metoderna som handboken beskriver och hur en undervisning kan bygga vidare på dessa kunskaper och uppfattningar.

7.5 Forskningsetiska överväganden

Vetenskapsrådets skrift (2002) har studerats för att följa deras rekommendationer gällande etiskt ställningstagande, studien har följt och tagit hänsyn till dessa. De fyra forskningsetiska principerna kan i korthet sammanfattas som följer:

För att garantera deltagarnas anonymitet har samtliga informanter avidentifierats i denna studie och följer då konfidentialitetskravet. Dock kan kanske de lärare som deltagit i studien kunna känna igen sina egna intervjusvar, vid eventuell läsning av resultatet. Samtliga tre informanter har fått skickat en transkription av sin intervju. Samtliga uppgifter i form av intervjuer, i både inspelad och transkriberad form samt elevernas testsvar, förvaras på ett så att det är praktiskt omöjligt att komma åt uppgifterna. Inför att studien påbörjats har berörda lärare och skolledning tillfrågats detta för att uppfylla samtyckeskravet. Enligt informationskravet har lärarna informerats om studiens syfte och vilka villkor som gäller för deras deltagande. De har upplysts om att deras medverkan är frivilligt och att de har rätt att avbryta sitt deltagande av studien. Nyttjandekraven innebär att uppgifterna är insamlade för studiens ändamål och kommer endast att användas i samband med forskning.

8 Beskrivning av skolan

Nedan följer en beskrivning av skolan som medverkat i studien. Beskrivningen utgör en grund för ökad förståelse av resultat och diskussionsavsnitt.

Studien är utförd i en svensk kommun med något mer än 40 000 invånare. Kommunen har flera mindre och några större tätorter, den består av både landsbygd och centralorten invånarantalet är cirka 15 000. I den skola som studien utförts rymms åtta klasser för barn i skolår F-3. Totalt är det cirka 170 elever på skolan. Klasserna är årskursbundna och det finns

två parallellspår på skolan. Skolan är centralt placerad mitt i ett mindre samhälle med närhet till naturen.

9 Resultat

Resultatet presenteras i tre delar; intervju med lärarna som följs av en jämförelse av handboken och nationella styrdokumentet och avslutningsvis en presentation av elevernas testresultat. Elevernas tester har sammanställts för att presenteras överskådligt med hjälp av stapeldiagram där testen från september respektive december åskådliggörs.

9.1 Intervju med lärarna

9.1.1 Utvecklingsprojektet – ett gemensamt forum

De båda lärarna, lärare 1 (L1) och lärare 2 (L2) som initierat skolans utvecklingsprojekt menade att man under arbetet med projektet skapat ett gemensamt forum, där de fått tid och möjlighet att diskutera matematik utifrån ett nytt perspektiv. Detta var ett biresultat som lärarna inte planerat med, men som de båda kommit till insikt om och beskrev vinsterna av. Lärarnas uppfattning var att de efter projektets start samarbetat mer inom ämnet matematik och att elevernas kunskapsutveckling kommit i fokus. L1 beskrev sin upplevelse av projektet:

Det har ju blivit mycket, och matte har ju kommit i fokus. Så att med vår resurslärare har vi varje vecka vid flera tillfällen pratat om vad vi ska arbeta med och hur och varför. Och ja, utifrån testen då när man ser resultaten där och så har vi ju diskuterat hur man kan gå vidare och varför har de gjort fel på den här uppgiften och hur ska vi arbeta med det.

Tillsammans med resursläraren funderade lärarna, L1 och L2 kring hur eleverna arbetat vid olika moment och hur de bäst kunde föra elevernas utveckling vidare. L1 och L2 ansåg att deras samtal och planering kring matematikundervisning utvecklats till att bli än mer av didaktisk karaktär.

På kommunal nivå har det bestämts att samtliga undervisande lärare ska använda ett och samma kartläggningsmaterial, *Bedömningsmaterial i Matematik* (BEMA). Denna dokumentation av elevernas matematiska kunskapsutveckling möjliggör, ett gemensamt dokumentationsunderlag av eleven genom hela grundskolan. Vid intervjuerna berörde L1 och L2 och båda diskuterade kartläggningsmaterialet som införts i kommunen under läsåret, 2007. Lärare 3 (L3) tog däremot inte upp kartläggningsmaterialet, BEMA alls under intervjun. L1 och L2 påpekade båda att kartläggningsmaterialet och handboken kunde komplettera varandra och de moment där arbetsmaterialen överlappar varandras områden, menade L1 och L2 att de kunde välja det bästa av två goda ting. L2 beskrev sin uppfattning om likheterna och skillnaderna mellan materialen:

Det är det som man kunde önska att man hade tid liksom att sätta sig nu med det så här (hon håller händerna mot varandra som om hon jämför böckerna). Bema, handboken och så få var går de i varandra liksom. Det är ju så att Bema har ju hela matteperspektivet. Handboken har ju bara taluppfattningen.

9.1.2 Vilket är överordnat, nationella styrdokument eller läromedlen?

Lärarna i studien hade samtliga erfarenhet av att under det första skolutgåendet, då ämnet matematik introduceras, undervisa utan läromedel. Två av lärarna, L1 och L2 hade dessutom erfarenheter att undervisa läromedelslöst under flera årskurser. L1 berättade att informationen till elevernas föräldrar varit avgörande och hon menade att det var viktigt att både elever och föräldrar var väl införstådda med undervisningens syfte och mål. De reaktioner läraren mött från föräldrarna då klassen arbetat läromedelslöst hade varit positiva och att deras berättelse vittnade om att eleverna arbetade utifrån sina kunskapsnivåer och de inte sett matematiken som en tävling.

Lärarnas kunskap om kursplanemålen skiljde sig åt, så även deras hanterande av dessa. Den lärare som förra året (2008) deltog med sin klass vid det nationella provet (år 3) ansåg sig vara insatt och uppdaterad av gällande kunskapsmål. Läraren beskrev sina erfarenheter av det nationella provet som nyttiga, eftersom hon menade att provet visade PRIM-gruppens åsikt vad en elev i år 3 bör kunna. Hon beskrev att det nationella provet blev ett kvitto på vad eleverna lärt sig och att deras resultat även visade på moment som ännu inte arbetats med eller på moment som eleverna ännu inte visade förtrogenhet med. Vid intervjutillfället beskrev L1 och L2 att de aktivt arbetat med läroplanens kunskapsmål. De menade på att erfarenheter de erhållit från att undervisa utan läromedel tvingat dem kontrollera att deras undervisning haft relevans, alltså att undervisningsinnehållet utgått ifrån läroplanens mål. Dessa lärare påpekade att de därigenom fått för vana att även kontrollera de läromedel som använde, att de uppfyllde läroplanens mål. Vidare påpekade L1 och L2 att de mål som inte behandlats i läromedlen måste bli kompletterade med annan undervisning.

Lärarna visade olika medvetenhet om kursplanerna under intervjuerna. L3 framhöll sin övertygelse att de mål som var beskrivna i den lärobok som skolan använde nu, var kursplanemålen. Men L3 svarade undvikande på frågan om det var något hon kontrollerat, utan menade:

Det kan ju vara att man litar på boken, tycker att det här är en bra bok och som här nu, står det mål här i och sen kan det ju få vi hoppas att de som har gjort böckerna också har tittat lite mer.

Under intervjun framgick att läraren inte hade kunskap om läromedlen de använde granskats och i så fall av vem. Studien visade att lärarnas kunskap och hantering av kursplaner och läromedel varierade stort.

9.1.3 Variation av matematikundervisningen

I *Matematik – ett kommunikationsämne* (Emanuelsson m.fl., 1996) beskrivs att lärare behöver reflektera över variationer i undervisningen, för att ge elever fler möjligheter att möta olika problemtyper. Undervisningen behöver passa elevers olika erfarenheter, intressen och förutsättningar. Presentation av ett urval matematikproblem och mångfalden i Lösningstrategier, beskriver författarna en undervisning som kan främja elevers förberedelser i vardagslivet. Samtliga tre lärare i studien hade insikt i att eleverna vinner på variation av undervisningen i matematik. De menade att lektionernas innehåll kunde presenteras med hjälp av olika laborativa material, att eleverna kunde arbeta enskilt eller i grupp, med eller utan läromedel. Erfarenheter lärarna hade av matematiklektioner ute i naturen var att de erbjöd rika möjligheter till nya upptäckter för eleverna. L1 uttryckte att:

... man måste arbeta på så många olika sätt. Man måste angripa taluppfattningen från många olika håll, tror jag, på många olika sätt med olika material och vid flera tillfällen. Barnen är olika mottagliga vid olika tillfällen för olika information. Det är väl så som jag försöker göra med min undervisning och där skulle jag väl vilja bli ännu mer kreativ. Om man säger så. Men jag tror att man måste både vara ute och arbeta och man måste prata i grupper i enskilt och i klassen och använda material.

Samtidigt som variation beskrevs som viktigt, påpekade lärarna att undervisningsmoment och innehåll borde upprepas vid flera tillfällen, eftersom eleverna hade fokus på olika moment vid olika tillfällen. L1 beskrev en upplevd tidsbrist i skolan och önskade mer tid till matematikundervisning, detta för att säkerställa lektionernas kvalitet och innehåll, samt att bättre kunna möta elevers olika behov. Tidsbristen blev märkbar inte bara vid undervisning utan även vid för- och efterarbete. L2 gav uttryck om önskan att få mer tid till reflektion både enskilt och tillsammans med kollegor. Tiden önskade hon bland annat använda för jämförelser av olika arbetsmaterials kvalitéer och få möjlighet att hålla sig ajour med nya studier och ny forskning. Samtidigt som L1 och L2 diskuterade att variation vid undervisningsmomenten var viktiga berättade L2 att hon nödgats rensa bland tidigare övningar. Hon upptäckte att många övningar var upprepningar av samma moment. L2 beskrev om hur hon nagelfarit sin repertoar av arbetssätt kring elevernas taluppfattning:

Jag har ju rensat mitt sifferarbete väldigt radikalt, allt eftersom. I början körde jag nog på lite i samma spår, men sen tänkte jag. Men det behöver de inte göra också och det behöver de inte göra igen. Det är ju faktiskt en upprepning på det. Och så har de hellre då fått göra andra saker runt antalsuppfattning. Spel eller...

Genom McIntoshs (2009) handbok tyckte L1 och L2 att de nu hade bättre beredskap vid mötet av elevernas varierande behov. Det som författaren beskriver som kritiska punkter ansåg dessa lärare att de tagit hänsyn till i sin undervisning. L1 och L2 beskrev vidare att de inspirerats av handbokens metoder, att de före ett undervisningsmoment kritiskt uppmärksammat kända svårigheter och vanliga missuppfattningar och därefter haft intention att planera och genomföra undervisningen så att eventuella svårigheter förebyggs. Med stöd av sina nyvunna kunskaper beskrev lärarna hur de granskat sitt läromedel i matematik ur ett nytt perspektiv och hur de med större trygghet tog bort material ur denna eller la till arbetsmoment som de ansåg saknas.

9.1.4 Lärarnas beskrivning av begreppet taluppfattning

Då L1 och L2 kommit i kontakt med det engelska ordet Number sense, tyckte de att svenska språkets motsvarighet, taluppfattning, inte beskrev uttrycket tillräckligt. Lärarna som arbetat i utvecklingsprojektet ansåg mer nu än tidigare, fokuserat sin undervisning kring elevernas taluppfattning. Handboken hade enligt lärarna verkat som ett praktiskt användbart instrument att mejsla fram lektionernas innehåll, lektioner som mer utgått från elevernas förförståelse och behov. L2 beskrev hur hon ändrat sin förklaringsmodell då hon presenterade begreppet Number sense för sina elever:

Jag har liksom inte pratat inre talbilder förut. Jag har inte satt ord på det för barnen och beskrivit hur min inre tallinje ser ut, förrän efter jag hade läst den här boken [*Förstå och använda tal*]. För jag kände på något sätt att det, det fanns inte i min värld att jag skulle överföra [mina talbilder] /.../. Jag trodde nog att det var något som varje barn skapade sig själv. Men det är klart att man behöver hjälp. Man behöver förstå det.

Matematisk förståelse utvecklar elever olika fort och vid olika arbetsmoment. Malmer (2008) beskriver ansvaret en lärare har att använda *språket som instrument för att nå kunskap* (ibid. s. 46). Hon påpekar att läraren aktivt måste arbeta för att elever ska lära sig använda matematikens språk. Vid samtal med en elev måste läraren vara medveten om de felkällor som kan förekomma, Malmer menar att många elever saknar vokabulär tillräckligt att formulera sina tankar. L1 och L2 beskrev kommunikation mellan lärare – elev och elev – elev som oerhört viktiga. Vid samtal med elever eller vid elevernas samtal sinsemellan fick lärarna möjlighet att bättre förstå elevernas uppfattningar dessutom gavs eleverna möjlighet att byta upp sina strategier.

Något som lärarna nämnde som mindre bra med handboken var att den endast tar upp taluppfattning. Detta är McIntosh väl medveten om, i introduktionen till boken står att läsa; ”Avsikten med materialet är alltså inte att ge en fullständig lärogång för kunskapsområdet, utan att lyfta fram kritiska punkter som kan behövas uppmärksammas speciellt.” (s. 2). En av lärarna påpekade att det fanns en risk att handboken kan ta för stor del av matematikundervisningens innehåll och att då andra arbetsmoment i matematiken blir lidande. Dock är kritiken skarp mot att dagens elever saknar solida baskunskaper i matematik och avsikten delas av flera forskare (Ahlberg, 2001; Bentley, 2008; Löwing, 2008; Myndigheten för skolutveckling, 2003; Skolinspektionen, 2009) som menar på att undervisning bör bygga mer på grundkunskaper för att kunna nå högre kunskapsnivåer. Vid en solid taluppfattning kan elevers matematikkunskaper öka. L1 och L2 efterfrågade liknande arbetsmetoder som handboken presenterar inom andra arbetsområden än taluppfattning.

9.1.5 Elevers kännedom om kunskapsmålen

Det är lättare att nå målet när man känner till vad målet är. I Skolinspektionens granskningsrapport (2009) står i utvärderingen av undervisningen form och innehåll att:

Lärarna måste följa upp och utvärdera undervisningens organisation, arbetssätt och former för att höja kvaliteten i undervisningen och inte minst för att öka intresset för matematik hos eleverna. (s. 22)

Elevernas bör ha kunskap om målen i matematik detta för att om möjligt kunna nå dem. Det låter som en självklarhet, men kännedom om målen är inte alltid en naturlig del i elevernas utbildning. Enligt Skolinspektionens granskningsrapport (2009) har lärare ingen eller ringa utbildning i arbetet av att dokumentera elevers utveckling, inte heller i arbetet med att förverkliga läroplansmålen vid undervisning. Detta kan i sin tur leda till brister i elevers utbildning. Poängsammanställning, så kallad summativ bedömning, vid test eller prov är en vanlig form av elevdokumentation. Dessa sammanställningar säger dock inget av vilken kunskap eller förmåga elever förvärvat inte heller beskrivs hur eleven kan nå högre kunskapsmål.

En anledning till svårigheter med dokumentation kan tänkas att det saknats enkla användarvänliga ”mallar” vid sammanställning av elevers kunskapsutveckling. För att återknyta till lärares uppdrag upprepas Lpo94: ”Varje elev har rätt att i skolan få utvecklas, känna växandets glädje och få erfara den tillfredsställelse som det ger att göra framsteg och övervinna svårigheter.” (s. 9). Kan då handboken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) vara till stöd vid ett dokumentationsarbete av elevers kunskapsutveckling? L2 beskrev sina

erfarenheter i sitt arbete med handboken och på vad vis den bidragit till hennes fortbildning och förhållningssätt mot eleverna:

Ja, det har det ju gjort för att vi har helt plötsligt har ett forum att diskutera matematik på ett helt annat sätt. Sedan den mesta fortbildningen har väl skett i att man själv har velat fortbilda sig med hjälp av den litteratur vi har haft och så, men bara att titta på barnen på det här sättet det hade jag nog inte gjort så här tidigt i ettan annars om inte projektet hade lagt en grund där. Men det kommer jag nog fortsätta att göra. För på något sätt har det ju hjälpt att jag har ju en kartläggning som är in i detalj på de här barnen nu.

En skola bör sträva efter att använda en gemensam, lättarbetad och överskådlig dokumentation som visar på elevens kunskapsutveckling. Då blir materialet användarvänligt för både personal, elever och föräldrar. När elever och deras föräldrar enkelt kan följa elevernas progression, ökar motivation till vidare utveckling. Används en fortlöpande dokumentering är chansen större att upptäcka när elever behöver stöd i något arbetsmoment. Alltså bör dokumentation ses som en nödvändighet för att nå kunskapsmålen.

9.1.6 Handboken – ger den ökade kunskapskvaliteter för alla elever?

Samtliga av de intervjuade lärarna var eniga om att handboken är ett redskap som kan stöda alla elever i den utvecklingsfas där de befinner sig. I handboken menade lärarna att de fann stimulerande uppgifter för de elever som behöver ökade utmaningar, samtidigt som de fann ett stöd att arbeta förebyggande med de moment som McIntosh nämner som kritiska punkter. För de elever som saknar något moment i sin förståelse, kan handboken vara ett stöd att kartlägga den felande förkunskapen och även ge förslag till hur läraren kan arbeta för att utveckla elevens kunskaper vidare.

L1 och L2 menade att *Kunskapsutvecklingsschemat* gav dem en överskådlig bild av var elevers förkunskaper bör ligga inom området "tal och räkning", samtidigt gav schemat lärarna en översikt på kritiska punkter som var av betydelse att uppmärksamma vid undervisning. Trots den tydliga kategoriseringen i schemat påpekar McIntosh (2009) att matrisen endast är en fingervisning av elevers kunskapsnivå; "Eleverna i varje årskurs täcker dock säkert flera steg å vardera hållet. En enskild elev kan också ha hunnit olika långt i utvecklingen inom olika områden". (ibid. s. 6). För att mer noggrant analysera elevernas kunskaper inom taluppfattning, finns tio tester i handboken. Dessa är tänkta att passa till elevernas olika skolår, men handboken förespråkar att läraren använder testerna efter behov, vilket kan betyda att om en lärare anser att exempelvis en klass i år 3 är väl framme i sin progression, så kan test 4 stämma bättre för att mäta denna klass kunskaper. Komplement till testet är att föra ett informellt samtal med eleven eller en mer planerad intervju. I handboken finns därför tips att tänka på vid genomförande av intervju, dessa kan användas som underlag för att styrka analys av elevers kunskande.

9.1.7 Handboken – en tidsvinst för läraren?

Lärarna i studien kunde inte enas om handboken kommer att generera någon tidsvinst för dem. L2 menade att det kunde bli en tidsvinst eftersom hon rensat bland sitt material då hon nu insett att en del uppgifter var dubbelarbete för eleverna. Tid är något som alla lärare såg sig ha för lite av. L1 menade att strukturen i handboken gjorde det enkelt att plocka de bitar som man för stunden hade behov av. L1 och L2 var ense om att testen hjälpte dem att analysera elevernas taluppfattning och att handboken förenklade möjligheterna att stödja elever vid

behov. Även att dokumentera elevers kunskaper och att bygga vidare på dessa kan vara en möjlig tidsvinst. Löwing (2006) menar att det kan leda till tidsslöseri att inte kartlägga elevers kunskaper. Genom kartläggning av elevers kunskaper, menar Löwing att undervisningen blir effektivt, då elevens erfarenheter och/eller behov av tillrättaläggning av missuppfattningar kan bli styrande för didaktiken.

Implementeringen av handboken menade lärarna bidragit till att skapa ett gemensamt diskussionsforum där de hade möjlighet att utbyta både erfarenheter, material av matematik laborationer och lektioner. Inom forumet hade lärarna skapat ett gemensamt matematikspråk där deras fokus varit hur de kunde skapa undervisningssituationer som förebygger de kända kritiska punkter som McIntosh (2009) beskriver. Två av lärarna beskrev även fördelar med en planering som inför ett nytt arbetsområde förebyggande och målinriktat arbetade för elevernas ökade kunskaper.

9.2 Jämförelse mellan handboken utgångspunkter och de nationella styrdokument

Ett mål med studien har varit att granska boken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009). Olika ställningstagande har gjorts under studiens gång. Dels en analys av handboken som läromedel samt en jämförelse av handboken mot kursplanen i matematik och mot Lpo94. Handbokens ståndpunkter och dess sammanställning av elevers. *Kunskapsutveckling i området "tal och räkning" – kritiska punkter för förståelse och färdigheter*, ställdes mot de nationella styrdokument. Jämförelserna blev överskådliga med hjälp av programmet Excell.

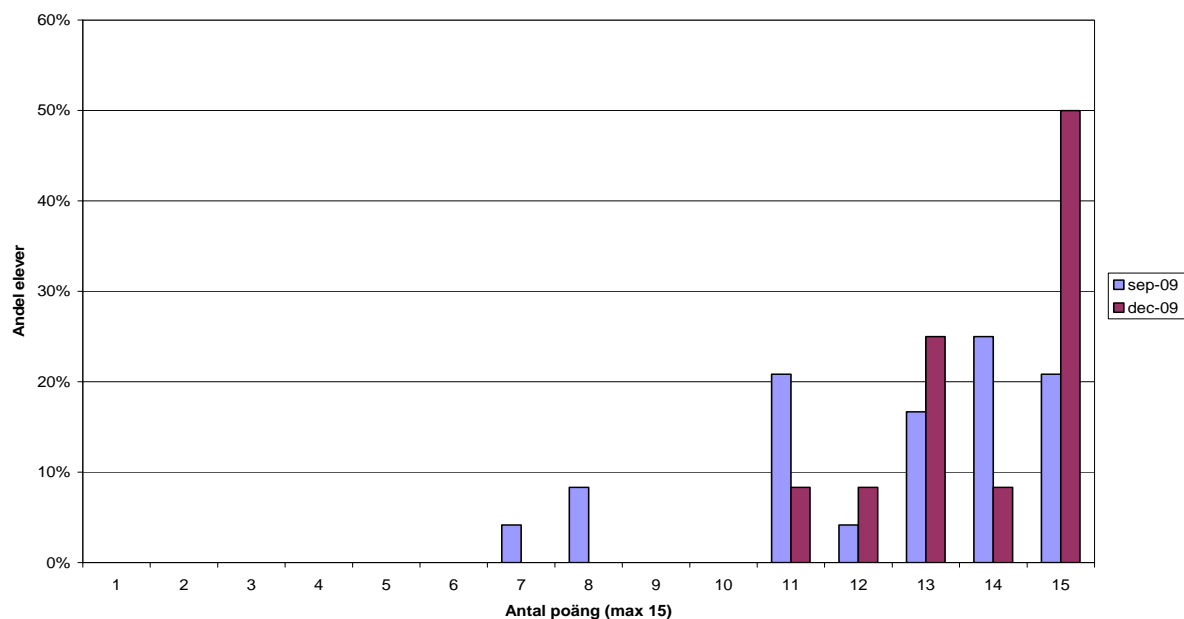
Jämförelsen i Excell visade att handboken stämde mycket väl mot våra styrdokument. Att handboken hade hög överensstämmelse, kan förklaras med att McIntosh arbetat som gästforskare i Sverige och att han därigenom är väl bekant med vårt skolsystem. En del av hans livsverk om taluppfattning grundar han på forskning gjord här. Handboken har även redigerats och bearbetats från författarens engelska version av NCM och NSMO, Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen, i Norge. Författaren har givit dessa samarbetspartners fria händer att på bästa sätt göra handboken användbar till våra skolsystem Norges och Sveriges. Grunden i handboken och dess arbetssätt är sprunget ur McIntosh m.fl. (1997) forskning om elevers framgångsfaktorer i matematik inom området taluppfattning. Handbokens tillvägagångssätt att uppmärksamma kritiska punkter, såsom elevers kända svårigheter och vanliga missuppfattningar, kan ge läraren kunskap att planera undervisning att dessa förebyggs. Handboken kan även ge vägledning till metoder att reparera och bygga upp en skev kunskapsbild

9.3 Elevers testresultat september respektive december

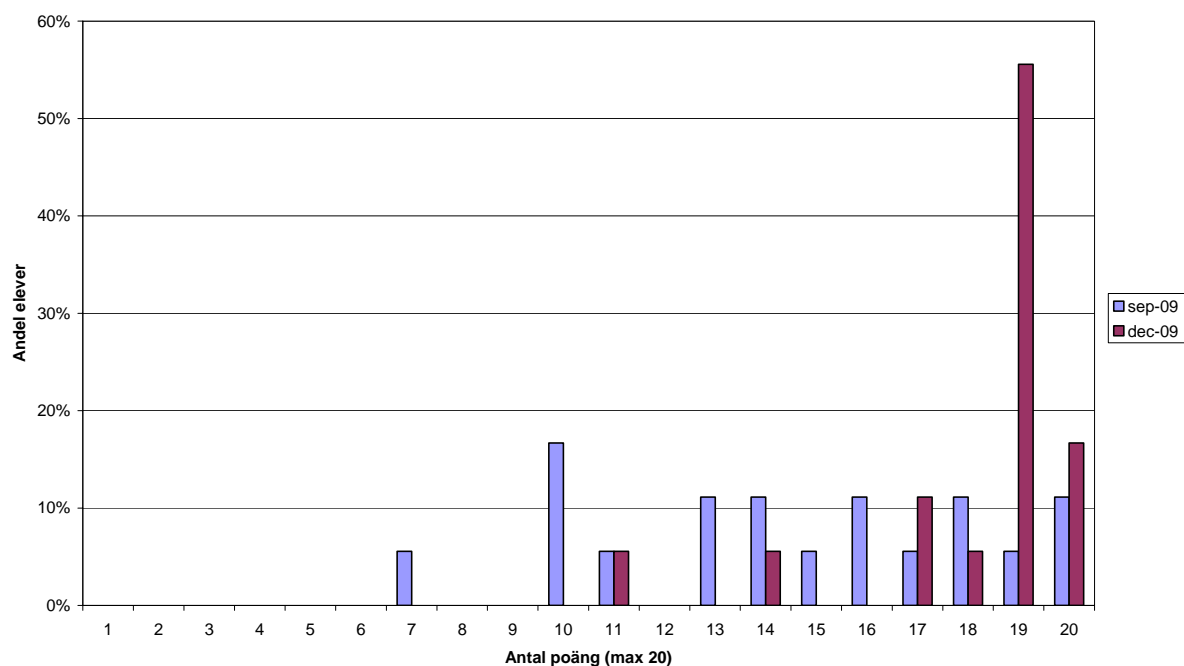
Testen från september var test 1, 2 och 3 i sin helhet tagna ur boken *Förstå och använda tal*, (McIntosh, 2009). I testen som genomfördes i december hade lärarna bytt bilder och ändrat något på siffrorna, de var noga med att testa samma problemområde samt att frågorna höll samma svårighetsnivå som originaltestet. Förändringen i testen gjordes för att förebygga att elever inte skulle känna igen testet och av den anledningen kunna lösa uppgifterna på samma sätt som vid första tillfället. Testen i helhet finns i bilagor 2 – 7. Här följer en kort sammanställning av innehållet i test 1, 2 och 3.

- Det första testet visar elevers kunskaper i att se samband mellan räkneord, talsymboler och antal. Även elevers kunskap om talföljder testas samt att de får visa sin förförståelse för addition och subtraktion.
- Vid test två visar eleven sina kunskaper i tiotalsövergångar, positionssystemet och sin förmåga att beskriva samband i olika sorters räknehändelser som visar på förförståelse i både addition och subtraktion. Testet åskådliggör även de tabellkunskaper eleven har i addition och subtraktion.
- Det tredje testet bygger vidare på att undersöka elevers förmågor av uppåträkning och nedåträkning, med både tiotals- och hundratalsovergångar. Testet ger eleven möjlighet att visa sin förståelse för samband mellan en räknehändelse och ett räkneuttryck. Tabellkunskaper provas och elevens förmåga att lösa huvudräkningsuppgifter samt möjlighet att visa sina kunskaper vid skriftlig addition med tiotalsövergångar och subtraktion med växlingar.

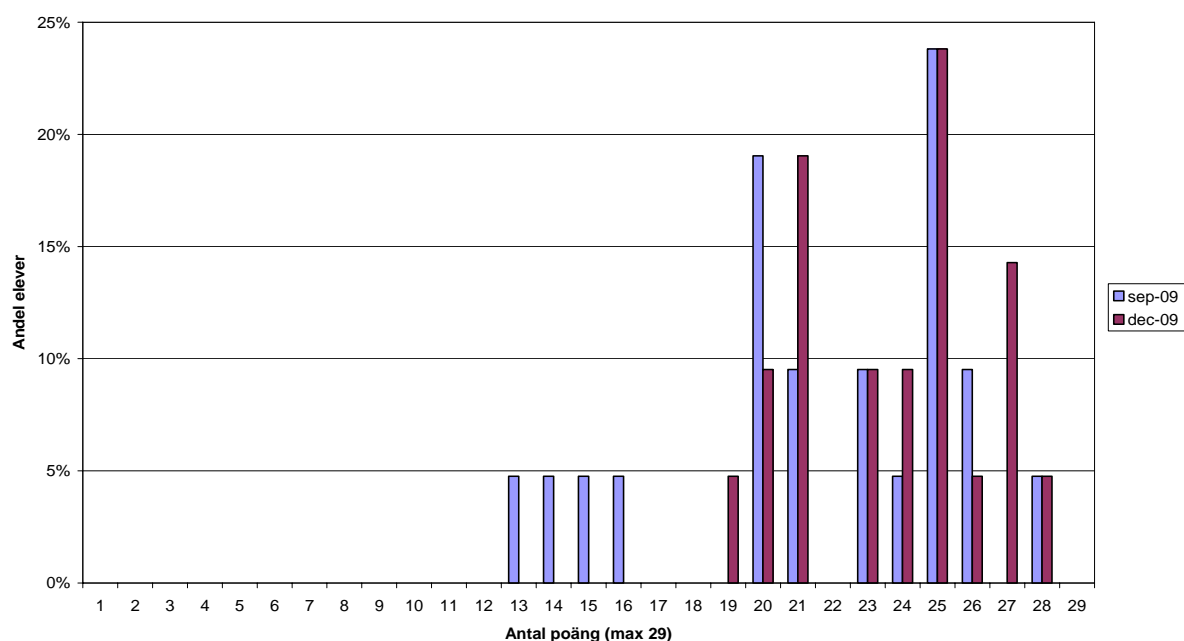
De tre första figurerna nedan presenterar elevernas testresultat som genomfördes i klasserna år 1, år 2 samt i år 3. Dessa test genomfördes i klasserna första gången i september, sedan ytterligare en gång i december. Detta för att om möjligt se en progression av elevernas taluppfattning. Testen från september och december har sammanställts i stapeldiagram och redovisas per klass. X-axeln visar totalt antal poäng eleverna erhållit och Y-axeln visar hur stor andel elever i procent som nått den poängen. Ur stapeldiagrammen, figur 1 – 3, går att se att samtliga tre klasser nått högre resultat vid genomförandet av det andra testet.



Figur 1. Spridning av elevers totala resultat år 1. Testen genomfördes i september och december, 2009



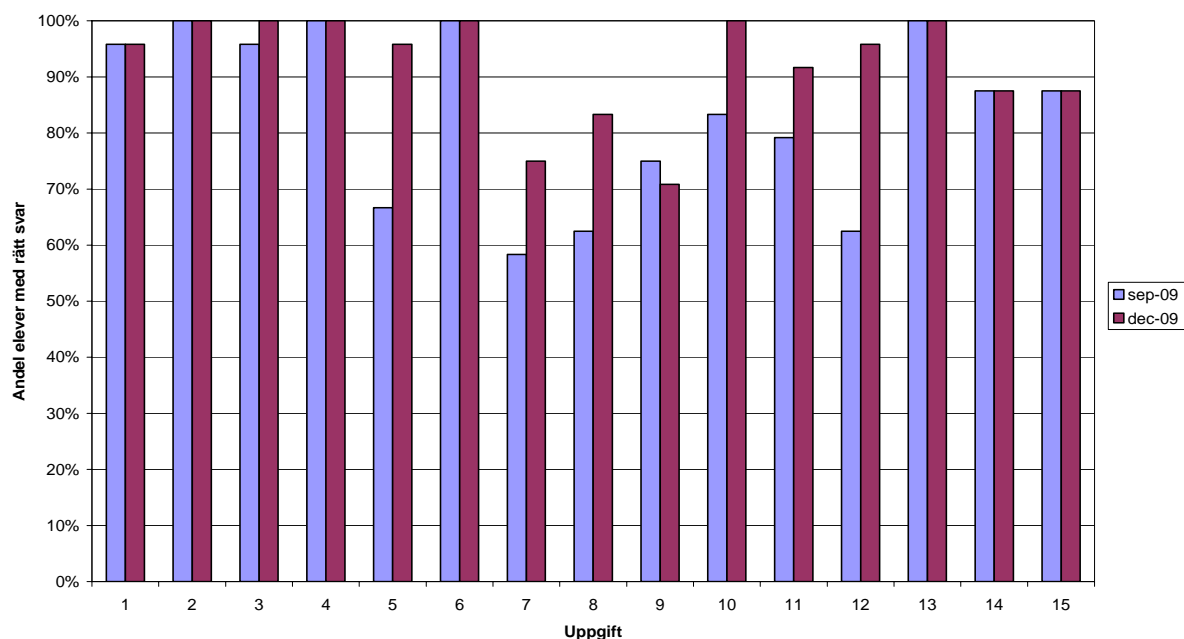
Figur 2. Spridning av elevers totala resultat år 2. Testen genomfördes i september och december, 2009



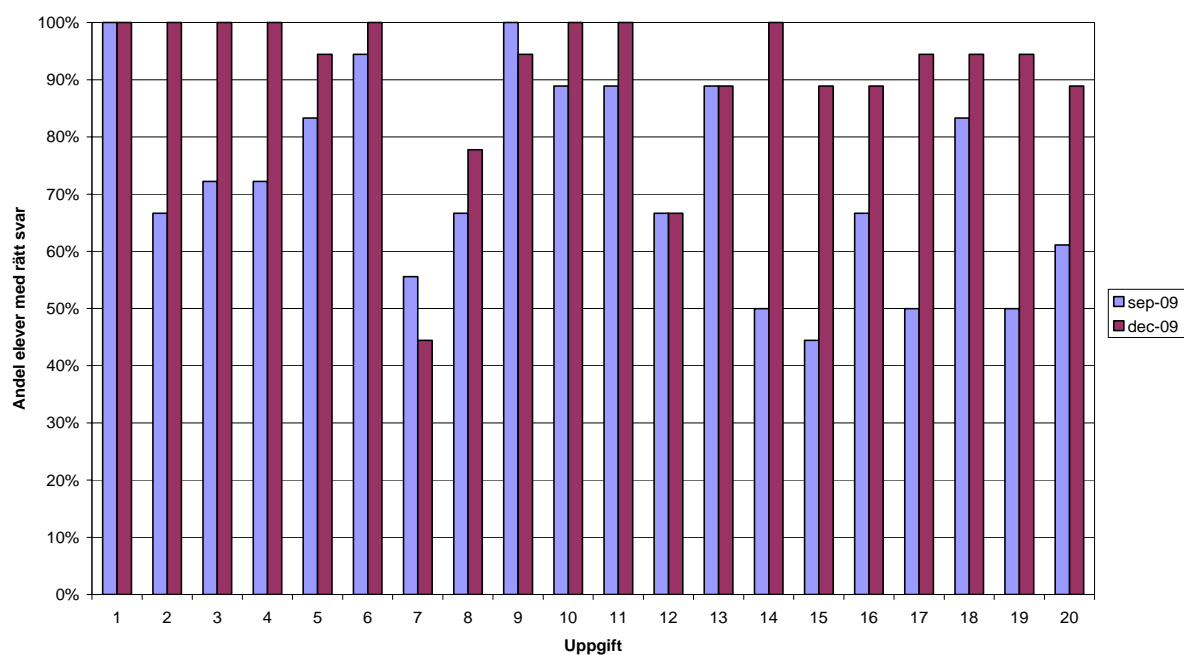
Figur 3. Spridning av elevers totala resultat år 3. Testen genomfördes i september och december, 2009

Trots att det endast gått drygt två månader mellan testen, syns en tydlig utveckling i samtliga tre klasser. Stolpdiagrammen visar att fler elever har lyckats lösa fler uppgifter i testen, alltså nått högre totalpoäng. Dock bör resultaten endast betraktas som poängresultat. För att säkerställa att undervisningen riktas mot de moment som elever ännu inte enligt testen behärskar till fullo, bör resultaten analyseras individuellt och med större noggrannhet. Stapeldiagrammen i figur 1 – 3 visar endast elevers totalpoäng i testerna och ger en indikation om helheten av klassens förmåga inom taluppfattning.

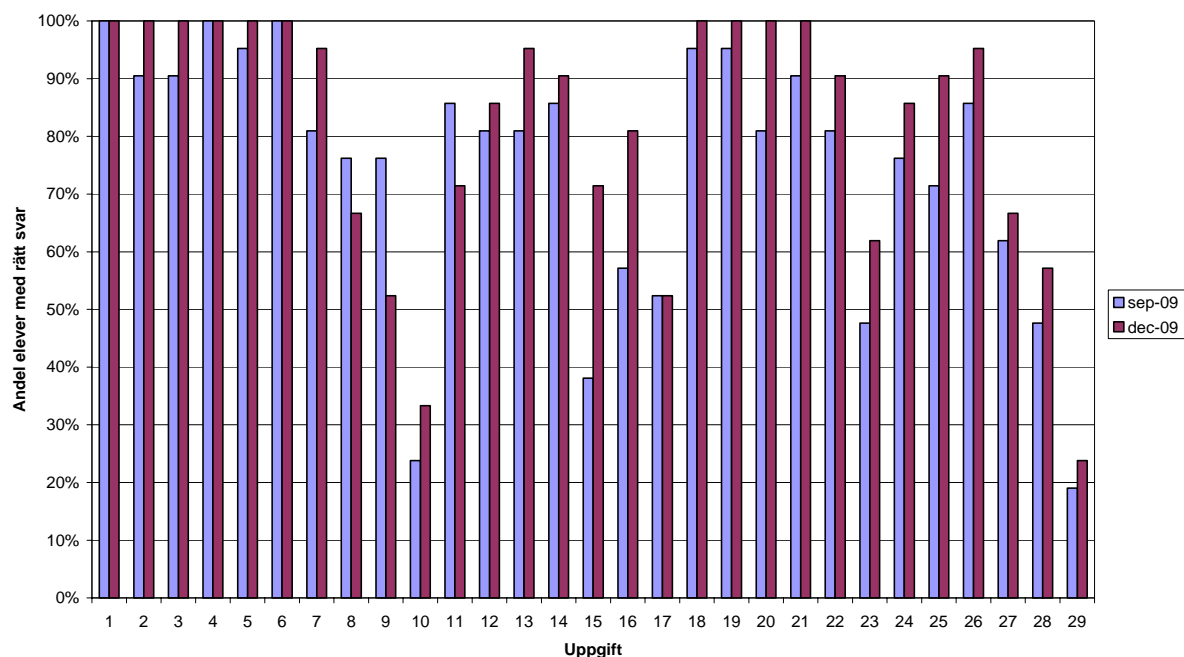
I figurerna 4 – 6 redovisas andelen elever som svarat rätt på olika uppgifter. Testen från september och december är, som figurer ovan 1 – 3, sammanställda till att presenteras klassvis. Klass 1 bestod av 24 elever, klass 2 av 18 elever och klass 3 av 21 elever. För enklare analys av stoppdigrammet har Y-axeln samma värde på figurerna 4 – 6 och presenterar procentuell andel av eleverna som svarat rätt på varje uppgift.



Figur 4. Sammanställning av andel elever som i år 1 har svarat rätt, på testen från september respektive december, 2009



Figur 5. Sammanställning av andel elever som i år 2 har svarat rätt, på testen från september respektive december, 2009



Figur 6. Sammanställning av andel elever som i år 3 har svarat rätt, på testen från september respektive december, 2009

Redovisning i figur 4 – 6, visar att fler elever klarat av att svara rätt på fler uppgifter. Denna sammanställning visar även vilka uppgifter eleverna ännu inte nått full förståelse. Lärarna får genom testerna enkelt en överblick över utvecklingen av elevers taluppfattning och vad de i klassen behöver fortsätta arbeta med. Det bör även här poängteras att sammanställningen av resultaten i stapeldiagrammen endast bör beaktas som poängresultat och att det är viktigt att se till varje elevs resultat för att se en individuell progression. En individuell sammanställning av testen ger ett rikt dokumentationsunderlag av elevers kunskaper.

9.4 Sammanfattning av studiens resultat

Lärarna menade de på vid intervjuerna att utvecklingsprojektet positivt bidragit till deras kompetensutveckling och att de fått mer erfarenheter att planera och analysera undervisning av taluppfattning. Lärarnas projekt hade möjliggjort en plattform för didaktiska diskussioner. Lärarnas vittnade även om att de efter projektets start hade ökat sitt samarbete mer inom ämnet matematik och att de genom projektet än mer fokuserat på elevers kunskapsutveckling. Som ett resultat ansåg lärarna att de tidigare kunde fånga upp elever med behov av stöd eftersom de beaktade handbokens kritiska punkter. Lärarna beskrev att de genom handboken fått ökad arsenal att variera sin undervisning och de med större tillförsikt kunde välja mellan olika undervisningsmetoder och material. Intervjuerna vittnar även om olikheterna av lärarnas kunskaper. De lärarna som mer aktivt arbetat med handboken visade förutom stor kunskap gällande handboken, även på mer kunskap och förståelse av skolans styrdokument.

Vid jämförelse av handboken och styrdokumentet visade sig överensstämmelsen hög. Under studien har två tester genomförts. Det första testet var direkt taget ur handboken det senare var något förändrat. Sammanställning av dessa tester visade en påtaglig progression av elevernas resultat, detta genom att fler elever löst fler uppgifter vid det senare testtillfället. Vidare visade även resultaten som sammanställts i diagramform tydlig på områden som behövde bearbetas ytterligare.

10 Diskussion

I detta avsnitt diskuteras studiens syfte och frågeställningar. Diskussionsdelen har jag valt att dela upp enligt följande; val av metod, litteratordiskussion, intervju med lärarna, handboken jämförs och diskuteras mot de nationella styrdokumenten, avslutningsvis diskuteras även testresultaten. Diskussionen utmynnar i pedagogiska implikationer och tankar om fortsatt forskning.

10.1 Metoddiskussion

Vid insamlandet av empiri har flera metoder använts observation, pilotstudie, intervju, analys av elevers testresultat och litteraturstudier. Det var fördelaktigt att möta lärarna vid flera tillfällen under deras första termin av deras utvecklingsprojekt. På så vis har jag haft möjlighet att följa deras funderingar, se svårigheter och utmaningar de mött och hur de hanterat dessa. Att avsluta min studie med intervjun fann lärarna som positivt, eftersom de därigenom fick möjlighet att koncentrerat reflektera över sina erfarenheter gjorda under utvecklingsprojektets inledning och uppstart.

Avsikten med att observera handledningstillfällen kring handboken, var att följa lärarnas diskussioner hur de implemerat bokens budskap. Genom dessa möten kom diskussionerna naturligt att beröra funderingar och problem de stött på. Enligt Stukát (2005) ger observation ytterligare ett perspektiv som sedan ligger till grund för en studies resultat. Dock visade sig att dessa observationer inte bidragit till denna studies resultat, förutom att observationerna givit mig ökad förståelse av lärarnas engagemang och att jag även fått möjlighet att följa deras diskussioner. Eftersom endast två av tre lärare deltagit vid handledning, utformades frågorna till den avslutande intervjun att i första hand undersöka hur lärarna integrerat arbetet med handboken i undervisning. Alltså vad lärarna inspirerats av och möjligen förändrat på grund av handboken och inte vad de erfart vid handledningstillfällena. Intervjuerna visade på stora variationer av lärarnas kunskaper rörande handboken, deras förhållningssätt av läroplan och matematikämnet, även lärarnas insikter om elevers kunskapsutveckling skilde mycket. Att inte samtliga lärare varit lika aktiva vid projektstarten är kanske en vanlig företeelse. Många tänkbara förklaringar till detta kan finnas t.ex. att mångfalden av arbeten som ingår i en lärares uppdrag ska prioriteras och att lärare har precis som andra yrkesgrupper olika läggning att påbörja, genomföra och eller avsluta projekt. Om studien skulle ha genomförts då utvecklingsprojektet varit igång ett läsår hade eventuellt resultatet av lärarnas engagemang och kunskaper visat mer likartat utfall.

10.2 Diskussion om lärarintervjuer

I studien har jag följt tre lärare på en skola som sökt ett tillvägagångssätt för att finna en större variation i sin undervisning. Genom att i undervisning tillämpa de didaktiska metoder som presenteras i handboken *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009), hoppas dessa lärare bättre kunna möta elevers olika behov, genom att arbeta förebyggande mot missuppfattningar och genom att föra elevernas kunskaper mot högre kvaliteter i matematiken.

L1 och L2 upplevde att de på grund av utvecklingsprojektet skapat ökade möjligheter att fokusera på matematiken. De menade att de via handboken fått konkreta verktyg att arbeta med. Framförallt tyder deras intervjusvar på att deras fokus på ämnesdidaktik ökat, eftersom dessa lärare arbetat nära tillsammans i utvecklingsprojektet syns även likheter i deras

matematiska språkbruk. Det syns även tydligt under intervjun att en av lärarna valt en mindre aktiv roll i projektet. Hon har genomfört proven i sin klass och tagit del av de resurser som den projektanställda läraren bidragit till. Intervjustudien visar att lärarnas kunskaper om både kursplaner och om handboken varierar stort. Även tydlig skillnad av lärarnas kunskaper gällande elevers kunskapsutveckling visades vid intervjuerna. Att en av lärarna valt en mer passiv roll kan möjligen vara att läraren inte sett ett behov att utveckla sin didaktiska repertoar. Testens resultat visar att eleverna i hennes klass klarat matematiken väl och att även denna klass presterade högre från första testet till det andra. Detta kan ha sin förklaring i att de kanske arbetat med just de moment som testet berör. Något annat som kan ha bidragit till klassens utveckling är att även denna klass under projektets gång haft förmån av den projektanställda läraren som förutom att färdigställa laborationsmaterial dessutom stöttat elever i särskilda behov, både vid klass- och enskild undervisning.

Begreppet taluppfattning är något som lärarna under projektets gång haft anledning att reflektera över. Lärarna beskriver naturligtvis taluppfattning olika allt utifrån sina erfarenheter. L2 menar att hon inte tidigare funderat över att visa hur man skapar inre talbilder för eleverna. Hon hade kommit till insikt att eleverna behöver hjälp att få presenterat matematik i bilder och känslor. Elever behöver få struktur att sammanfatta och bilda sammanhang som de sedan kan bygga vidare kunskaper på. God taluppfattning ger intuitivt en känsla för tal, hur dessa ska tolkas och användas. Begreppet taluppfattning skulle kunna beskrivas som en persons förståelse för tal och räkneoperationer inkluderat med förmåga, färdighet och lust att använda förståelsen för att fatta beslut för att utveckla effektiva och användbara strategier för att använda tal och operationer.

Samtliga av lärarna har erfarenhet av att arbeta utan lärobok i matematik. Någon har mer erfarenhet att undervisa utan bok från första skolåret, andra har även erfarenhet att undervisa läromedelslöst från fler av de första skolåren. Skolinspektionens kvalitetsgranskningsrapport (2009) vittnar om att flertalet lärare är dåligt insatta i läroplanen. Den lärare som under intervjun i högre grad relaterade till de nationella kunskapsmålen, hade nyligen genomfört det nationella provet i matematik år 3. Intervjun med lärarna visar att deras kunskaper om kursplanemålen skiljer sig. L1 och L2 som arbetat mer aktivt med projektet visade på större förtrogenhet och förståelse med målen och diskuterade även mer i didaktiska termer deras förhållningssätt i klassrummet. Detta kan bland annat förklaras med att en diskussion kring läroplanen var aktuell och levande på grund av projektet. En slutsats av detta kan vara att dokument och läroplaner levandegörs och införlivas naturligt i skolans verksamhet då personalen aktivt arbetar med dessa. Möjligen är projekt nödvändiga för att diskussioner kring styrdokumentet naturligt ingå skolans vardag. Kan man nå samma syfte på något annat sätt?

10.2.1 Projektet har bidragit till lärarnas kompetensutveckling

Forskning (Ahlberg, 2001; Löwing, 2006; Malmer, 2008; Skolinspektionen, 2009, m.fl.) visar på gynnsam kunskapsutveckling för elever när lärare undervisar utefter elevers förkunskaper, varierar sin undervisning och när lärare arbetar aktivt med att medvetandegöra elever om kunskapsmålen. Lärarna i studien ansåg att handbokens metoder gör det möjligt att tidigt se och upptäcka de elever som kan få särskilda behov i matematik. De menade att handboken har bidragit till att de arbetat med större variation och att de haft som tydligt mål att möjliggöra elevers utveckling samt att utvecklingsprojektet gett dem fler ämnesdidaktiska verktyg.

Lärarna i studien menade att arbetet med projektet inte gett någon tidsvinst, åtminstone inte initialt. Jag tänker att det kan finnas tid att vinna i och med att finna elevers behov, svagheter

och styrkor. Löwing (2006) menar att det är en tidsvinst i att kartlägga elevers kunskaper för att effektivt kunna bygga vidare på deras kunskaper. Som förklaring till att lärarna upplevt att projektet tagit mer tid än vad det givit är att vid projektets början måste lärarna exempelvis skapa tid att diskutera, sammanställa laborativt material och tid att gemensamt reflektera för att finna strategier som kunnat stödja deras elevers utveckling. Denna tid för tidigare nämnda saker har lärarna naturligt fått ta från något annat. Rutinerna i arbetet kring taluppfattning har ännu inte permanentade. Lärarna beskrev att deras förhållningssätt att reflektera över kritiska punkter vid matematikundervisningen, även visat sig användbara vid andra undervisningstillfällen. Vid intervjuerna uttryckte lärarna en oro inför att den lärare som omfattats av projektanställningen stod i begrepp att sluta och att de troligtvis framgent får svårare att hitta tider och möjligheter att driva projektet vidare. Samtliga lärare har haft stöd vid sin undervisning av projektläraren, hon har arbetat med att dela på grupperna och eller arbetat med enskilda elever. Projektläraren har även hjälpt till att sammanställa laborationsmaterial. Denna anställning har skapat möjlighet för lärarna i projektet att arbeta mer gemensamt och utveckla sin didaktik. Lärarna står nu inför utmaningen att utveckla och driva projektet vidare.

Lärarna som deltog i utvecklingsprojektet var intresserade att skapa en plattform där de samlat sina olika kvaliteter och erfarenheter för att utveckla en mer kreativ och varierande undervisning. De såg fram emot att finna alternativ från en allt för hård läromedelsstyrning. Dessutom såg de möjligheter att i handboken finna praktiska metoder att kartlägga elevernas förkunskaper och även finna underlag till dokumentation av elevers kunskapsutveckling. Projektet har givit lärarna den plattformen de saknat och även ett gemensamt språk och inriktning i sin undervisning. L1 säger så här om projektet:

Det har ju blivit mycket och matte har ju kommit i fokus. Så att med vår resurslärare har vi varje vecka vid flera tillfällen pratat om vad vi ska arbeta med och hur och varför. Och ja, utifrån testen när man ser resultaten där och så har vi ju diskuterat hur man kan gå vidare och varför har de gjort fel på den här uppgiften och hur ska vi arbeta med det.

Läraryupdraget är komplext. Att enbart se till innehållet i matematikundervisningen eller ett läromedel och därigenom få inblick i elevers kunskaper, är vilseledande då elevers förståelse är en komplicerad väv sprunget ur tidigare gjorda erfarenheter, förvärvade kunskaper och naturligtvis även undervisning. Elevers missuppfattningar och svårigheter kan på samma vis uppstå av flera olika skäl. Varje människa är unik och så är även dess behov. Problem kan uppstå i skolan då vi behandlar elever som de vore ett kollektiv, där alla förväntas agera lika, disponera lika möjligheter och omfattas av lika behov. I skolans praktik är det oftast eleven som skärgranskas, då han eller hon inte når de nationellt uppsatta målen. Att eleven i svårigheter hamnar i centrum, kan även ske då en undervisningssituation inte fungerar tillfredsställande. Lpo94 beskriver tydligt skolans uppdrag vad det gäller god miljö och lärande: "Varje elev har rätt att i skolan få utvecklas, känna växandets glädje och få erfara den tillfredsställelse som det ger att göra framsteg och övervinna svårigheter." (s. 9). Genom kompetensutveckling av lärares ämnesteoretiska och ämnesdidaktiska kunskaper, kan förhoppningsvis ge lärare kunskaper som möjliggör en undervisning som bättre klara de mål och krav styrdokumentens ställer.

10.3 Jämförelsen av handboken och styrdokumentet diskuteras

Vid mina litteraturstudier fann jag initialt det något märkligt att en forskare hemmahörande i Tasmanien skrev en handbok för matematiklärare i Sverige. Vid kontakt med NCM och fick jag möjlighet att läsa litteratur som handboken hänvisar till, men som endast finns i deras bibliotek. Vid litteraturläsning insåg jag att McIntosh gjort en del av sin forskning i Sverige vilket förklarar varför handbokens innehåll känns så väl förankrat i här. Dessutom har författaren haft ett nära samarbete med NCM, vilka står som redaktörer för handboken i Sverige. Handboken har även bearbetats av NSMO i Norge och dess material har utprovats av många lärare.

För att kunna möjliggöra en jämförelse mellan handboken och kursplanerna i matematik valde jag att jämföra McIntosh kunskapsutvecklingsschema mot strävansmålen. Jag kunde då konstatera att handbokens mål och strävansmålen överensstämmer i hög grad. Jämförelsen visade att handboken i flera tillfällen beskriver både mer i detaljerat och på ett mer konkret sätt vilken kunskapsnivå man kan förvänta sig av en elevs som exempelvis går i 3:e klass. Kursplanen i matematik är vagt skriven och lämnar stort utrymme för fri tolkning. Detta kan vara en av förklaringarna till att undervisningsinnehåll och målbeskrivning i matematik kan skilja sig betydande mellan skolorna. Egen erfarenhet har varit att matematikundervisning och tolkning av kursplanen till och med kan skilja sig mellan kollegor inom samma skola.

McIntoshs handbok nämner endast kursplanen vid två tillfällen. I förordet hänvisas och visas samtycke till kursplanens genom följande citat från kursplanen:

...för att kunna fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället.. (s. 26)

Eftersom kursplanen nämns direkt i förordet färgar det läsning i resten av handboken. Inledningen ger ett intryck av att handboken i hög grad relaterar till kursplanen för matematik. Trots att handboken enbart vid två tillfällen direkt berör kursplanen, överensstämmer dessa texter väl. Under avsnittet *syfte med handboken* står:

Målet för undervisningen är att utveckla förtrogenhet med tal hos alla elever inom ramen för mål och riktlinjer i grundskolans läroplan och kursplan i matematik. (s. 2)

Dessa två citat invagar läsaren i trygghet om att handboken skriver med utgångspunkt från läroplan och kursplan. Min tolkning är att ovanstående citat kan sammanfatta andemeningen i varje läroplan och kursplan och gör handboken på så vis alltid aktuell. Förmodligen gör författaren rätt som inte hänvisar mer än så till styrdokumentet eftersom dessa är under omarbetning. Den nya kursplanen är beräknad till att gälla från och med 2011 och med ovanstående formuleringar lär handboken fortfarande vara gångbar.

Idén med att jämföra handboken och styrdokumentet utvecklades när jag läste Skolinspektionens kvalitetsgranskningsrapport (2009) "Lärarna ger mycket olika typer av svar på frågan om hur de arbetar för att hjälpa eleverna att nå målen. /.../ till exempel att de låter sig vägledas av läroboken och litar på att den ska se till att eleverna når sina mål" (ibid. s. 16). Eftersom lärare i hög grad förlitar sig på att de läromedel de använder i sin undervisning uppfyller kunskapsmålen, fann jag det intressant att närmare studera överensstämmelsen mellan handboken och styrdokumentet. Däremot bör tilläggas att ett

läromedel kan vara utarbetade enligt andra vetenskapliga kunskapsgrunder, vilket skulle innebära att kunskapsmålen i dessa fall är av sekundär natur. Dock bör verksamma lärare ha kännedom om styrdokumentet, då dessa är skolans lagtext och utifrån dessa ska all pedagogisk verksamhet förankras. Genom förtrogenhet med kunskapsmålen behöver lärare inte bli styrda av läromedel, utan tvärtom styra undervisningen och använda läromedel som stöd.

Lärarna i studien ansåg att de genom handboken ökat sin repertoar att möta samtliga elevers behov, både för de elever som behöver större utmaningar och för elever som är i behov av särskilt stöd. Innan de startat ett nytt arbetsområde har de använt handboken som en del i sina förberedelser, bland annat genom att se vilka de kända kritiska punkterna är och hur de kan förebygga dessa med sin undervisning.

10.4 Elevernas testresultat diskuteras

Vid genomgång av elevernas testresultat visade det sig att efter enbart två dryga månaders arbete hade eleverna förbättrat sina resultat väsentligt. Än en gång vill jag understryka att det endast är poängresultat och för att kunna göra en verklig bedömning bör varje elevs resultat granskas och analyseras. Av sammanställningen av elevernas totalpoäng kan man se att flera av eleverna svarat rätt på flera av frågorna vid det senare testet än vid det första testtillfället. Sammanställningen visade tydligt att eleverna gått framåt och detta gav ny energi för lärarna att fortsätta driva projektet vidare. Då sammanställningen tydligt visade elevernas framgång vid det nya testet framträdde ännu en konsekvens, lärarna behövde bekräftelse av sin undervisning och sitt arbete. Implementering av handboken i lärarnas vardag har givit många tankar och funderingar, däremot verkar inte lärarna vågat tro att de så snart kunna få positiv bekräftelse på att deras arbete. Genom att kontinuerligt utvärdera undervisning kan lärare och elever dokumentera och granska lärandet. Det är ovanligt att finna verktyg som så tydligt kan visa på vad elevernas kunskapsutveckling.

Det andra sättet jag valt att sammanställa testresultaten är andelen elever som svarat rätt per fråga. Genom denna sammanställning kan man bland annat se vad som ännu inte undervisats i en klass alternativt vad eleverna ännu inte lärt sig oavsett undervisning. Som exempel kan ses i figur 4 sammanställning från år 1, där man bland annat har kvar att arbeta med uppgifterna 7, 8 och 9 men har redan nått bra resultat med uppgifterna 10, 11 och 12. Intressant i sammanhanget hade varit att på individnivå granska om samma elev svarat rätt eller fel på samma fråga vid de båda testtillfällena. Denna djupare analys lämnar jag på grund av tidsbrist till klasslärarna att göra.

Lärarna i studien kommer att genomföra testet ytterligare en gång. Då kommer skolans båda parallellspår göra testen, vilket innebär att testen kommer att göras i båda klasserna i år 1, i år 2 och i år 3. Syftet med detta test är att se om klassernas resultat skiljer sig något åt mellan de som arbetat med handbokens metoder och de som inte gjort det. Framgent kanske skolan satsar på att fortsätta genomföra teserna exempelvis varje hösttermin. Där resultaten kan används som longitudinell studie och där en årskurs resultat i så fall kan jämföras med en tidigare klass. En studie av detta slag kan visa på klassen styrkor och svagheter. Möjligtvis kan man som lärare även utläsa hur man kan arbeta med klassen.

11 Specialpedagogiska implikationer och fortsatt forskning

Förarbetet till denna studie har genererat fler frågor och tankar kring hur avgörande elevens taluppfattning är för djupare matematikkunskaper. Funderingar har under studiens gång kretsat kring varför matematikundervisning i Sverige till så liten del handlar om att bygga upp elevers grundkunskaper och även hur undervisningen borde stimulera användandet av ett korrekt matematiskt språk. Egen erfarenhet är att elevers brister av taluppfattning och språkförbistring bidrar till att deras matematikkunskaper vacklar även i senare del av grundskolan.

Skolledare bör aktivt verka för att undervisningskvaliteten höjs. Skolinspektionens granskningsrapport (2009) visar att skolor använder obehöriga lärare i matematikämnet och att lärares kännedom om kursplanemålen är otillräckliga. Skolledare bör säkerställa elevers undervisning genom att vidareutbilda sina lärare inom matematik och att lärarna ökar sitt aktiva arbete med skolans styrdokument. Skolan som arbetsplats erbjuder få möjligheter till att vidare utbildning efter färdig lärarexamen. Detta innebär att flera lärare som undervisar i matematik inte har tillgång till nya ämneskunskaper som forskning inom området har att erbjuda. Min önskan att alla elever kunde få lyckas med matematik. Kan då alla elever lära sig matematik? En lång lista skulle kunna beskriva olika orsaker och förklaringar till varför eleven inte gör så. Olof Magne (1998) skriver att ”det finns tusen förklaringar men inga säkra orsaker”. Oavsätt orsaker måste undervisning och inlärnin g ske efter elevens unika förutsättningar och villkor. Undervisning sker i interaktion med omgivning och progression i ämnet beror inte enbart på elevens egen insats, skolan och elevens omgivning har naturligt del i utvecklingen.

En skola för alla är en väl använd fras i skoldebatten. Men vad innebär det egentligen? En demokratisk skola är där alla får sina intressen och behov bejakade. Det låter som en utopi. Kan vi få en fungerande skola för alla elever? Skolans praktik verkar gå mot en utveckling, en epok där test tar stor del av undervisningen. Nödvändigt är att fundera på om testkulturen kan garantera att elevernas kunskaper ökar eller om de endast tränas inför att prestera bättre vid testsituationer. Den lärare som i studien genomfört det Nationella provet beskrev sina erfarenheter som att hon förstått vilka kunskaper eleverna erhållit och vilka arbetsområden som de ännu inte bearbetat tillräckligt. Läraren ansåg även att provet givit henne ytterligare anledning att granska kunskapsmålen i matematik. Skolan ska kunna erbjuda likvärdig utbildning för alla elever. Jag anser ändå inte att det behöver innebära att alla elever ska undervisas under lika undervisningsformer inte heller att elever behöver få samma tid att utveckla lika kunskaper. Problem uppstår när skolan betraktar elever som en homogen grupp. Alla elever är unika och vårt förhållningssätt mot dessa unika varelser bör vara just unikt. Individuell undervisning innebär att undervisningen ska vara riktad mot varje elevs skilda förutsättning och behov. Förutsätter läraren sig att kunna möta allas elevers olika behov samtidigt, lär uppdraget bli svårt om inte omöjligt. Vad som menas med en demokratisk skola kan och bör diskuteras vidare. Om det varit enkelt att finna ut om en elev har god taluppfattning så hade det instrumentet/testet funnits och använt flitigt. *Förstå och använda tal* (McIntosh, 2009) anser jag vara ett unikum som kan handleda lärare i att förebygga elevers kända svårigheter och missuppfattningar och arbeta mot elevers utvecklade taluppfattning. Min förhoppning är att handboken ska kunna användas som metodbok och

instruera lärare till en undervisning som ger elever bättre taluppfattning och att eleven därigenom får en bra utgångspunkt inför andra arbetsområden i matematik.

Tidsbrist är något som det moderna samhället känner av, även i skolans praktik visar sig detta. Informationsflödet är ständigt ökande. Det är en delikat uppgift för lärarna att välja och vraka i det allt större utbud av kunskap som erbjuds. Lärarna i studien fann ett effektivt verktyg i handbokens tester som enkelt ringade in klassens styrkor och svagheter. Härigenom kunde lärarna möjligtvis enklare koncentrera sin undervisning till de moment där elevernas kunskapsnivå och behov befann sig. Det krävs dock mod och ämneskunskaper hos lärarna att bortse från den mängd material som ett läromedel innehåller, stanna upp i sin undervisning och arbeta mer med baskunskaperna i matematik. Att fördjupa arbetet i ett moment tror jag ändå är något som eleverna vinner på, än att greppa om för mycket i ett forcerat tempo. Elever som är förtrogna med sin kunskap och säkra i sin taluppfattning förstår att härleda sina beräkningar för att se om dessa är rimliga. Dessutom genererar ökad förståelse i att eleverna inte behöver lägga tid på att lära sig räkneregler och formler som en utantillkunskap. Tid bör i stället användas för att elever i högre grad skapar inre talbilder och ser till hur matematiken gestaltar sig och därigenom skapa en förståelse hur räkneoperationerna fungerar.

Flera forskare Ahlberg (2001); Löwing (2006); Malmer (2008); Runesson (1999) med flera anser att variation i undervisningen är avgörande för elever som då får fler möjlighet att utifrån flera infallsvinklar angripa och förstå ämnesinnehållet. McIntoshs forskning har varit att finna framgångsfaktorer för undervisning. Hans forskning (2007) visar på att elever som känner förtrogenhet om målen med undervisningen, når dessa målen i större utsträckning än andra elever. De lärare vars förhållningssätt mot elever är att allas kunskaper bidrar till klassen eller gruppens kumulativa kunskapsökning, får elever att engagera sig för sina studier. Kommunikation i undervisning stärker och stödjer lärarnas möjligheter att följa elevers utveckling och handleda dem vidare till att de byter upp sina strategier. Avslutningsvis vill jag betona forskarens poäng av att elever ska förstå och kunna relatera till de kunskaper undervisningen innehåller och att de behöver förstå matematikens användbarhet i sin vardag. Att ämneskunskaperna behöver appliceras till elevernas tidigare kunskaper har flera forskare (Ahlberg, 2001; Boesen (red), 2007; Engström, 2003; Malmer, 2002) berört i sina rapporter.

Fler vinster finns att göras om man vid undervisning av matematik i större utsträckning inriktar sig på att kommunicera ämnet. Löwing (2006) menar att lärare alltför ofta använder läromedlen på ett sätt där eleverna arbetar självständigt. Vid färdighetsträning kan det vara helt adekvat att arbeta tyst i sin bok, men då eleverna även behöver utveckling och byta matematiska strategier är kommunikationen i klassrummet nödvändig. Lärarna bör stimulera till att utveckla elevernas matematiska språk. Lundberg och Sterner (2006) påpekar att en elev med språksvårigheter behöver möta ett nytt ord 40 gånger innan ordet införlivas i det egna ordförrådet. Med tanke på att statistik visar att det i varje klass finns en eller fler elever som har språksvårigheter bör matematikundervisningen vara av mer kommunicerande karaktär.

McIntosh (2009) menar på i sin forskning att alla barn kan lära sig matematik och de flesta elever lär sig bäst genom arbete med utmaningar och problem med konkret material och genom att prata med varandra och läraren om vad de gör och genom att förklarar hur de tänker (s. 3). Vidare menar författaren att elevers nyfikenhet och upptäckarlust försvinner först när de inser att ämnet är obegripligt och att de inte äger verktygen och eller förmågan att klara utmaningarna som ämnet erbjuder. Jag anser att det är betydelsefullt ur lärandesynpunkt att utgå från att elevers varierande sätt att lära och förstå samma fenomen och att elevernas olikheter bör vara utgångspunkten för rådande ämnesdidaktik för undervisande lärare.

Avslutningsvis vill jag passa på att återkoppla till de dilemmaperspektiv som Nilholms (2007) ser som motsättningar mellan skolans olika styrdokument. Om man i de tidigare åren i grundskolan kan förebygga elevers svårigheter och missuppfattningar inom matematikundervisningen, borde fler elever naturligt inkluderas inom den ordinarie klassrumsundervisningen. Jag ser det som mycket intressant att vidare studera effekterna att arbeta med elevers baskunskaper och taluppfattning.

Förslag till fortsatt forskning kan vara att utifrån ett specialpedagogiskt perspektiv forska inom matematik och didaktik. Jag tycker att det skulle vara intressant att se hur utvecklingsprojektet vid den skola som denna studie omfattat ser ut om exempelvis tre år. Då har samtliga lärare i studien följt var sin klass i ytterligare tre år och samlat på sig än mer erfarenheter i att arbeta utefter handbokens metoder. En annan fundering är att studera eleverna som dessa lärare arbetat med, för att om möjligt spåra effekter av detta tidiga arbete med att öka elevernas taluppfattning och dessutom studera om möjliga samband kan styrkas mellan ett medvetet arbete med elevers taluppfattning och ökade matematikförståelse under grundskolans senare.

12 Litteratur

- Ahlberg, A. (2000). Att se utvecklingsmöjligheter i barns lärande. I K. Wallby, G. Emanuelsson, B. Johansson, R. Ryding, & A. Wallby (Red.), *Matematik från början*. (s. 9-98). Göteborgs Universitet: Nationellt Centrum för Matematik.
- Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.
- Ahlberg, A. (2009). (Red.). *Specialpedagogisk forskning. En mångfasetterad utmaning*. Lund: Studentlitteratur.
- Alvesson, M. & Sköldberg, K. (2008). *Tolkning och reflektion. Vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod* (2:a uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Asp-Onsjö, Lisa. (2008) *Åtgärdsprogram i praktiken. Att arbeta med elevdokumentation i skolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Bentley, P-O. (2008). Svenska elevers kunskaper I TIMSS 2007 – En djupanalys av hur eleverna förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar procedurer. Skolverket:Analysrapport 323.
- Berg, G. (2008). *Att förstå skolan. En teori om skolan som institution och skolor som organisationer*. Lund: Studentlitteratur.
- Boesen, J. (Red.). (2007). *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv*. Göteborg : Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Clark, C., Dyson, A. & Millward, A. (Red.). (1998). *Theorising Special Education*. Abingdon, New York: Routledge.
- Emanuelsson, G., Wallby, K., Johansson, B., & Ryding, R. (Red.) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Göteborg : Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Engström, A. (2003). *Specialpedagogiska frågeställningar i matematiken*. Rapport från Spedagogiska institutionen, 8. Örebro universitet.
- Kvale, S. (1997). *Den kvalitativa forskningsintervjuen*. Lund: Studentlitteratur.
- Lundberg, I. & Sterner, G. (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter under de första skolåren – hur hänger de ihop?* Stockholm: Natur och Kultur.
- Löwing, M. (2006). *Matematikundervisningens dilemman. Hur lärare kan hantera lärandets komplexitet*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik. Matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.

- Löwing, M. & Kilborn, W. (2008). *Språk, kultur och matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur.
- Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G. (2008). *Bra matematik för alla. Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.
- McIntosh, A. (2007). Nya vägar i räkneundervisningen. J. Boesen, G. Emanuelsson, A. Wallby, K. Wallby (Red.). *Lära och undervisa i matematik – internationella perspektiv* (s. 7-20). Göteborg : Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet
- McIntosh, A. (2009). *Förstå och använda tal – en handbok*. Göteborg : Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet
- McIntosh, A., Reys, B. & Reys, R., Bana, J. & Farrell, B. (1997). *Number sense in school mathematics: Student performance in four countries*. Perth, Australia: Edith Cowan University.
- Myndigheten för skolutveckling. (2003). *Baskunnande i matematik*. Stockholm: Fritzes kundservice.
- Nilholm, C. (2007). *Perspektiv på specialpedagogik*. Lund: Studentlitteratur.
- Nilholm, C. & Björk-Åkesson, E. (Red). (2007). *Reflektioner kring specialpedagogik- sex proffessorer om forskningsområdet och forskningsfronterna*. Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Orlenius, K. (2005). *Värdegrunden – finns den?* Stockholm: Runa förlag.
- Persson, B. (2001). *Elevers olikheter och specialpedagogisk kunskap*. Stockholm: Liber.
- Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik. Skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Skolinspektionen. (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet*. Kvalitetsgranskning rapport 2009:5.
Hämtat 29 november 2009, från
<http://www.skolinspektionen.se/Documents/Kvalitetsgranskning/Matte/granskningsrapport-matematik.pdf?>
- Skollag. (1985:1100). *Svensk författningssamling (SFS)*. Departement/myndighet: Utbildningsdepartementet.
Hämtat 1 december 2009, från
<http://www.riksdagen.se/webbnav/index.aspx?nid=3911&bet=1985:1100>
- Skolverket. (1997) *Kommentarer till grundskolans kursplaner och betygskriterier i matematik*. Stockholm: Liber.

- Skolverket. (2003). *Lusten att lära - med fokus på matematik: nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002*. Stockholm: Statens skolverk.
- Skolverket. (2008). *Grundskolan. Kursplaner och betygskriterier. Förordning (SKOLFS 2000:135) om kursplaner för grundskolan. Skolverkets föreskrifter (2000:141) om betygskriterier för grundskolans ämnen. Om kursplaner för grundskolan*. Reviderad version 2008 Stockholm: Fritzes kundservice.
- Skolverket. (2009). *Skolverkets lägesbedömning 2009*. Skolverket: Statens skolverk.
Hämtat 26 november 2009, från
<http://www.skolverket.se/publikationer?id=2280>
- Snowder, J. T. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), In *Handbook of Research on Teaching and Learning*, 371-389. New Yourk: MacMillan.
- Språkrådet. (2008). *Svenska skrivregler*. Stockholm: Liber AB.
- Sterner, G. & Lundberg, I. (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, NCM, Göteborgs universitet.
- Strandberg, L. (2006). *Vygotskij i praktiken. Bland plugghästar och fuskklappar*. Stockholm: Nordstedts.
- Stukát, S. (2008). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken – ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.
- Utbildningsdepartementet. (2006) (Rev. uppl.). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet – Lpo94 anpassad till att också omfatta förskoleklassen och fritidshemmet..* Stockholm: Fritzes.
- Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Hämtat 29 december 2009, från
http://www.tenk.fi/hymy/files/Ruotsin_ohje_1990.pdf
- Ödman, P-J. (2007). *Tolkning, förståelse, vetande. Hermeneutik i teori och praktik*. Stockholm: Nordstedts Akademiska Förlag.

Bilaga A: Intervjufrågor

1. Om du skulle beskriva handboken för någon, vad skulle du då lyfta fram som positivt respektive negativt? (med bokens metoder).
2. Beskriv vad begreppet taluppfattning betyder för dig?
3. Har ni vid era ämneskonferenser i matematik diskuterat det som McIntosh benämner *Kritiska punkter*?
4. Beskriv hur tycker du att det har gått att införa bokens metoder i din undervisning.
5. Anser du att bokens beskrivna didaktik gynnar någon särskild elevgrupp?
6. Upplever du att du med hjälp av boken fått fler ”verktyg” att möta elever i särskilda behov? Berätta.
7. Anser du att det finns någon risk att du som lärare kan låta dig styras allt för mycket av bokens kunskapsmål istället för att låta kunskapsmålen i matematik vara styrande?
8. Kommer du att fortsätta använda handboken även efter det att projektet är avslutat?
9. Tycker du att utvecklingsprojektet har bidragit till din fortbildning? Beskriv i så fall hur.
10. Tror du att handboken kan generera till någon tidsbesparing? Exempelvis i ditt för och efterarbetet eller dokumenterar av elever, eller att eleverna lär sig på ett mer effektivt sätt.
11. Har du något förslag undervisning som kan
 - a) stimulera elevers taluppfattning och
 - b) ta hänsyn till de *Kritiska punkterna*?
12. Slutligen vill jag jämföra elevernas resultat från de båda testen och tillsammans med läraren diskutera eventuella dessa samt fundera vidare på vad den eventuella förändringen kan bero på.

Bilaga B: Test 1 genomfört i september

Namn: _____

- 1 Ringa in rutan med flest delfiner i.



- 2 Ringa in rutan med flest stjärnor i.



- 3 Rita sex pennor i rutan.



Översiktstest 1

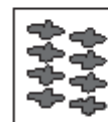
1

- 4 Ringa in gruppen med fyra snöstjärnor.



Skriv talet fyra.

- 5 Ringa in rutan med sju pluppar i.
Skriv talet sju.



- 6 Ringa in talet fem.

4 1 5 2

Översiktstest 1

2

7 Ringa in talet tretton.

13 51 33 31

8 Skriv talet som kommer efter fem.

9 Skriv talet som kommer efter elva.

10 Ungefär hur många saker såg du?

11 Rita fler äpplen, så att det är sex stycken.



12 Rita fler äpplen, så att det är nio stycken.



13 Kryssa över äpplen, så att det finns tre kvar.



-
- 14** Maria har tre äpplen och Johan har fyra äpplen.
Rita alla deras äpplen.

-
- 15** Maria har sex äpplen. Hon äter upp två av dem.
Rita de äpplen som är kvar.

Bilaga C: Test 2 genomfört i september

Namn: _____

1 Fortsätt talmönstret.

26, 27, 28, _____, _____, _____

2 Fortsätt talmönstret.

24, 23, 22, _____, _____, _____

3 Fortsätt talmönstret.

3, 5, 7, _____, _____, _____

4 Fortsätt talmönstret.

5, 10, 15, _____, _____, _____

5

1	2	3			6				10
11	12		14						
21									

Talen står i ordningsföljd, men några gömmer sig bakom prickar. Vilka tal finns bakom de tre svarta prickarna?

Översiktstest 2

1

6 Gör en ring runt det minsta talet.
Stryk under det största talet.

15 34 9 62

7 Gör två tal mellan femtio och etthundra.
Använd alla de fyra siffrorna 4, 7, 3 och 9.

8 Här ser du 14 stjärnor.



Siffran 4 i 14 betyder _____ stycken stjärnor.

Siffran 1 i 14 betyder _____ stycken stjärnor.

9 Ungefär hur många saker såg du?

Översiktstest 2

2

- 10 Rita fler äpplen, så att det är nio stycken.



- 11 Maria har sex äpplen. Hon äter upp två av dem.
Rita de äpplen som är kvar.

- 12 Här ligger några kulor. Ola lägger dit fem kulor till och Bengt tar bort sju. Visa hur många kulor som är kvar.
Skriv hur många det är.



- 13 Stig har femton kulor och ger två till Kalle.
Vilket uttryck passar till räknehändelsen? Ringa in det.

$2 + 15$

$2 - 15$

$15 + 2$

$15 - 2$

- 14 Skriv en kort räknehändelse till:

$11 - 4 = 7$

- 15 Skriv en kort räknehändelse till bilden.



Använd huvudräkning när du löser uppgifterna som din lärare säger. Skriv bara svaret.

16 Svar:

17 Svar:

18 Svar:

19 Svar:

20 Svar:

Bilaga D: Test 3 genomfört i september

Namn: _____

1 Fortsätt talmönstret.

36, 37, 38, _____, _____, _____

2 Fortsätt talmönstret.

54, 53, 52, _____, _____, _____

3 Fortsätt talmönstret.

96, 97, 98, _____, _____, _____

4 Fortsätt talmönstret.

3, 5, 7, _____, _____, _____

5 Fortsätt talmönstret.

52, 54, 56, _____, _____, _____

6 Fortsätt talmönstret.

5, 10, 15, _____, _____, _____

Översiktstest 3

1

7 Här ser du 14 stjärnor.



Siffran 4 i 14 betyder _____ stycken stjärnor.

Siffran 1 i 14 betyder _____ stycken stjärnor.

8 Använd alla de fyra siffrorna 3, 7, 2, 9 för att göra två tal mellan femtio och etthundra.

9 Vilket tal kommer närmast före sexhundra?

10 Oscar föddes 2007. Vilket år fyller han hundra år?

Översiktstest 3

2

- 11 Ungefär vilket tal pekar pilen på?



- 12 Nils har sexton kulor och ger tre till Kalle. Vilket uttryck passar till räknehändelsen? Gör en ring om det!

$3 + 16$ $3 - 16$ $16 + 3$ $16 - 3$

- 13 Skriv en kort räknehändelse till:

$$12 - 7 = 5$$

- 14 Jim har ställt kulpåsar på vågen. På tre av påsarna är antalet kulor skrivet. Hur många kulor är det i den fjärde?



3 15
18 33

Översiktstest 3

3

- 15 Skriv en multiplikation som visar hur många pennor det finns på bilden.



- 16 Olle har lagt tegelstenar i högar. Hur många högar med 3 i varje har han lagt?



- 17 Det står fem godisskålar i ett skåp. I varje skål ligger femton karameller. Vilket uttryck talar om hur många karameller det finns? Ringa in det.

$5 + 15$ $15 - 5$ $5 \cdot 15$ $5 + 5 + 5 + 5 + 5$

Översiktstest 3

4

Använd huvudräkning när du löser uppgifterna som din lärare säger. Skriv bara svaret.

18 Svar:

19 Svar:

20 Svar:

21 Svar:

22 Svar:

23 Svar:

24 Svar:

25 Svar:

26 Svar:

Lös följande uppgifter. Visa hur du räknar.

27 $32 + 26$

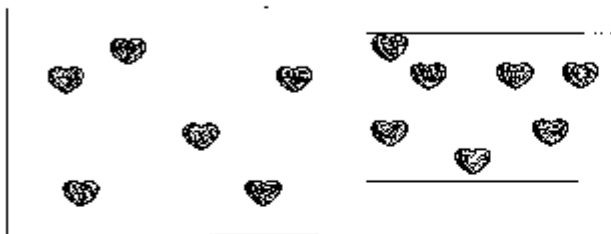
28 $67 + 58$

29 $181 - 63$

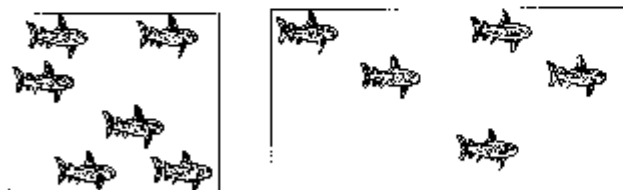
Bilaga E: Test 1 genomfört i december

Namn: _____

1 Ringa in rutan med flest hjärtan i.



2 Ringa in rutan med flest fiskar i.

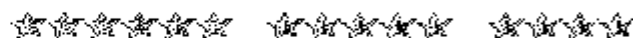


Översiktstest *

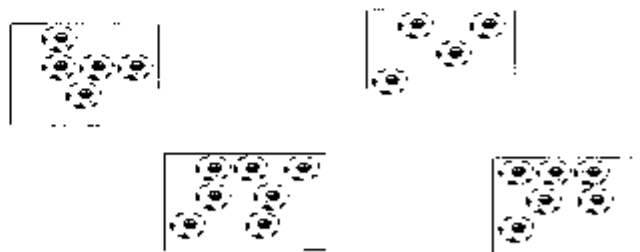
3 Rita sju stjärnor i rutan.



4 Ringa in gruppen med fem stjärnor.



5 Ringa in rutan med sex bollar i.
Skriv talet sex.



Översiktstest 1

6 Ringa in talet fyra.

3 1 5 4

Skriv talet fyra.

7 Ringa in talet 15.

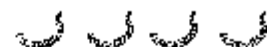
51 33 15 31

8 Skriv talet som kommer efter åtta.

9 Skriv talet som kommer efter tolv.

10 Ungefär hur många saker såg du?

11 Rita fler bananer, så att det är sju stycken.



12 Rita fler bananer, så att det är åtta stycken.



13 Kryssa över bananer, så att det finns fyra kvar.



14 Anna har fyra bananer och Oskar har fem bananer.
Rita alla deras bananer.

15 Saga har fem bananer. Hon äter upp tre av dem.
Rita de bananer som är kvar.

Bilaga F: Test 2 genomfört i december

Namn: _____

1 Fortsätt talmönstret.

37, 38, 39, _____, _____, _____

2 Fortsätt talmönstret.

43, 42, 41, _____, _____, _____

3 Fortsätt talmönstret.

13, 15, 17, _____, _____, _____

4 Fortsätt talmönstret.

25, 30, 35, _____, _____, _____

5

1	2	3	5	X	10
11	12		16		
	22	X		X	

Talen står i ordningsföljd, men några gömmer sig. Vilka tal finns bakom de tre svarta kryssen? _____, _____, _____

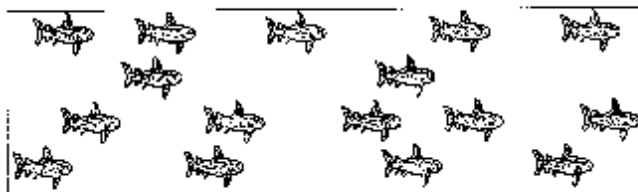
Översiktspå: 2

6 Gör en ring runt det minsta talet.
Stryk under det största talet.

13 46 7 8:

7 Gör två tal mellan femtio och etthundra.
Använd alla de fyra siffrorna 2, 8, 4 och 9.

8 Här ser du 16 fiskar.



Siffran 6 i 16 betyder _____ stycken fiskar.

Siffran 1 i 16 betyder _____ stycken fiskar.

9 Ungefär hur många saker såg du?

Översiktspå: 2

10 Rita fler stjärnor, så att det är åtta stycken.

* * * * *

11 Maria har sju bananer. Hon äter upp två av dem.
Rita de bananer som är kvar.

12 Här ligger några bollar. Emil lägger dit sex bollar till och Frida tar bort nio. Visa hur många bollar som är kvar. Skriv hur många det är.



13 Nils har sjutton kulor och ger tre till Linnea. Vilket uttryck passar till räknehändelsen? Ringa in det.

$3 + 17$

$3 - 17$

$17 + 3$

$17 - 3$

Översiktssida: 2

14 Skriv en kort räknehändelse till:

$$13 - 4 = 9$$

15 Skriv en kort räknehändelse till bilden.



Översiktssida: 2

Använd huvudräkning när du löser uppgifterna som
din lärare säger. Skriv bara svaret.

16 Svar:

17 Svar:

18 Svar:

19 Svar:

20 Svar:

Bilaga G: Test 3 genomfört i december

Namn: _____

1 Fortsätt talmönstret.

47, 48, 49, _____

2 Fortsätt talmönstret.

83, 82, 81, _____

3 Fortsätt talmönstret.

96, 97, 98, _____

4 Fortsätt talmönstret.

13, 15, 17, _____

5 Fortsätt talmönstret.

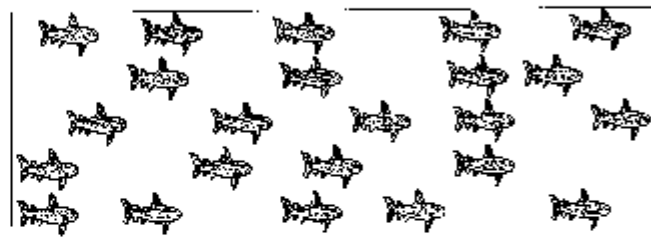
64, 66, 68, _____

Översiktstest 3

6 Fortsätt talmönstret.

25, 30, 35, _____

7 Här ser du 23 fiskar.



Siffran 3 i 23 betyder _____ stycken fiskar.

Siffran 2 i 23 betyder _____ stycken fiskar.

8 Använd alla de fyra siffrorna 4, 7, 3, 8 för att göra två tal mellan femtio och ettihundra.

9 Vilket tal kommer närmast före fyrahundra?

Översiktstest 3

10 Lovisa föddes 2003. Vilket år fyller hon hundra år?

11 Ungefär vilket tal pekar pilen på?



12 Anna har tretton kort och ger fyra till Simon.
Vilket uttryck passar till räknehändelsen?
Gör en ring om det!

3 + 14 4 - 13 13 + 4 13 - 4

13 Skriv en kort räknehändelse till:

$$15 - 8 = 7$$

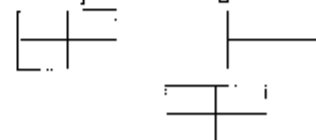
14 Jim har ställt kulpåsar på vågen. På tre av påsarna är antalet kulor skrivet. Hur många kulor är det i den fjärde?



15 Skriv en multiplikation som visar hur många hjärtan det finns på bilden.



16 Sara har lagt klossar i högar. Hur många högar med 4 i varje har hon lagt?



- 17 Det står fyra bänkar i klassrummet. På varje bänk ligger det tolv böcker. Vilket uttryck talar om hur många böcker det finns?
Ringa in det.

$4 + 12$ $12 - 4$ $4 \cdot 12$ $4 \div 4 + 4 + 4$

Använd huvudräkning när du löser uppgifterna som din lärare säger. Skriv bara svaret.

18 Svar:

19 Svar:

20 Svar:

21 Svar:

22 Svar:

23 Svar:

24 Svar:

25 Svar:

26 Svar:

Lös följande uppgifter. Visa hur du räknar.

27 $51 + 35$

28 $86 + 39$

29 $273 - 44$